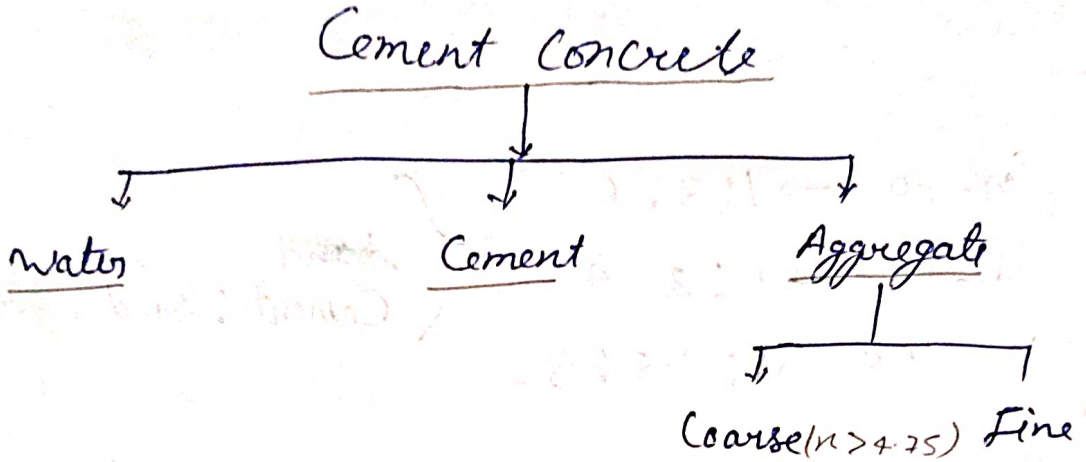
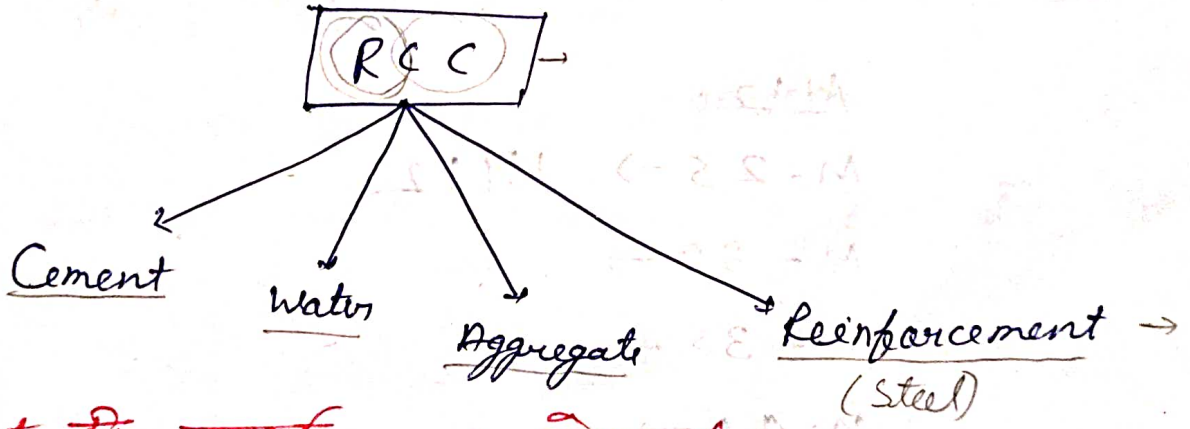
Subject - Reinforced cement
Concrete structure
Design

Chapter -1 :-

Introduction.





Concret की सामर्थ्य तथा ग्रेड (Strength and grade of Concrete)

(a) अभिलाक्षणिक सामर्थ्य (Characteristic strength)

कंक्रीट की अभिलाक्षणिक सामर्थ्य वह सामर्थ्य है जिसकी न्यूनतम 95% जाँच प्रतिदर्श पुष्टि करे और केवल 5% तक जाँच प्रतिदर्श यह दर्शाने में विफल रहे।

(b). ग्रेड (श्रेणी) :-

M - (25) → characteristic strength
↓
mix

(i) सामान्य कंक्रीट :-

M-10 → 1:3:6
M-15 → 1:2:4
M-20 → 1:1.5:3
{ Cement : sand : gravel }

(ii). मानक ग्रेड :-

M-25 → 1:1:2
M-30 →
M-35 →
M-40 →
⋮
M-55 →

Note:-
75% कुटाई की गई कंक्रीट की सामर्थ्य पूर्ण कुटी गई कंक्रीट की 70% होती है। जबकि 85% कुटाई की गई कंक्रीट की सामर्थ्य केवल 10-20% तक होती है।

⇒ जितना अधिक तापक्रम होगा उतना अधिक तेजी से जलयोजन क्रिया सम्पन्न होगी और उतनी ही

RCC:-

जब सीमेन्ट कंक्रीट को प्रबलित करने के लिए इसमें इस्पात की छड़ें डाल दी जाती है तब इसे हम RCC कहते हैं।

⇒ प्रबलन इस्पात की मात्रा खण्ड क्षेत्रफल का 0.7 से 4 % तक रखी जाती है।

⇒ साधा सीमेन्ट कंक्रीट सम्पीडन में तो बहुत अधिक सामर्थ्य रखता है परन्तु तनन में बहुत कमजोर होता है। ($\frac{1}{10}$ से $\frac{1}{15}$) सीमेन्ट कंक्रीट की तनन सामर्थ्य उसकी सम्पीडन सामर्थ्य की $\frac{1}{10}$ से $\frac{1}{15}$ तक होती है।

प्रबलन (Reinforcement) के लिए इस्पात का प्रयोग :-

(I) इस्पात की तनन व सम्पीडन सामर्थ्य काफी अधिक होती है।

(II) कंक्रीट तथा इस्पात का ताप प्रसार गुणांक लगभग बराबर होता है।

(III) इस्पात एक उच्च प्रत्यास्थ मापांक वाला पदार्थ है इसे मोड़ने या कारने में आसानी रहती है।

(IV) इस्पात का सीमेंट कंक्रीट से अभिलग्न (Bond) अच्छा होता है।

प्रबलन (Reinforcement) इस्पात के प्रकार :-

(a) मृदु इस्पात (Mild steel) Fe 250 ग्रेड I व II

(b) माध्यम तनन इस्पात Fe 350 (Medium Tensile steel)

(c) उच्च पराभव सामर्थ्य इस्पात (High yield strength steel (HYSD)

(i) ग्रेड Fe 415 (Tor – 40)
(ii) ग्रेड Fe 500 (Tor – 50)

} यह Deformation bar के रूप में उपलब्ध होता है।

(d) उच्च सामर्थ्य वाली इस्पातीय तार जाली (High strength steel wire fabric)

प्रबलन इस्पात का आकार (Shape) :-

(1) गोल छड़ें :-

इस्पात की पत्ती अथवा Angle पर गोल छड़ की तुलना में अभिलाग (Bond) कम बनता है। इसलिए Cement प्रबलन के लिए गोलाकार छड़ का प्रयोग करते हैं।

गोलाकार छड़ें निम्न प्रकार व्यास की होती हैं –

6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 25, 28, 30, 32, 36, 40, 45, व 50 (mm)

→ बाजार में प्रबलन छड़ों की अधिकतम लम्बाई 13m उपलब्ध है।

⇒ b. विरूपित छड़ (Deformed bar)

कंक्रीट में दबाई गई छड़ों को, फिसलने से रोकने के लिए और कंक्रीट की आसंजन (Bond) बढ़ाने के लिए, छड़ों की बाहरी सतह को खुरदुरा (असम) बनाया जाता है। ऐसी छड़ों को विरूपित छड़ें कहते हैं।

→ इसके प्रयोग से 40% प्रबलन इस्पात की बचत होती है।

ⓒ ऐंठी हुई छड़ें (Twisted bar) :-

→ यह छड़ें रस्सी की भाँति ऐंठी हुई होती हैं

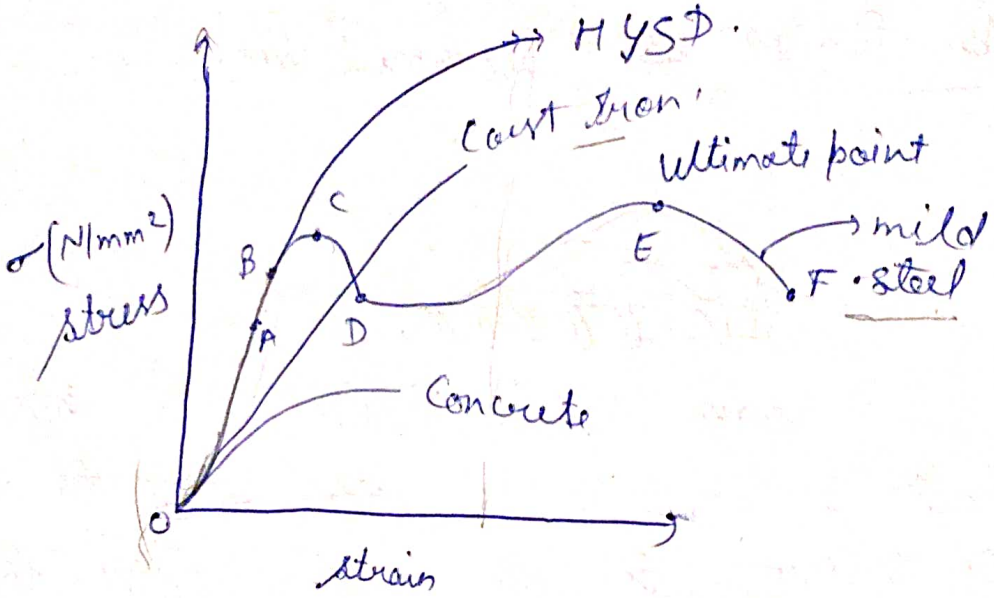
→ इसे Tor steel के नाम से भी जाना जाता है।

→ इसके प्रयोग से 33% प्रतिशत प्रबलन स्पात की बचत होती है।

Note :-

तिकोनी व ऐंठी हुई छड़ों को HYSD bar कहते हैं। इसे टोर इस्पात भी कहते हैं।

→ आजकल बाजार में ~~TMT~~ Fe 415, Fe 500 उपलब्ध रहता है।



Stress ∝ Strain → Hook's law.

प्रबलित कंक्रीट अवयवों के अभिकल्पन की विधियाँ

(Method of design of R.C.C. member)

(I) कार्यकारी प्रतिबल या प्रत्यास्था सिद्धान्त विधि (Working stress or Elastic theory method)

(II) चरम भार विधि (Ultimal Load Method)

(III) सीमा अवस्था विधि (Limit state method.)

(I) Working stress method

कार्यकारी प्रतिबल विधि में कार्यकारी भारों को (working Load) आधार माना जाता है।

→ कंक्रीट व इस्पात को प्रत्यास्थ मानकर अभिकल्पन किया जाता है।

→ इस सिद्धान्त में कंक्रीट को प्रत्यास्थता सीमा के अन्दर प्रत्यास्थ माना गया है।

⇒ प्रत्यास्थता सीमा तक इस्पात और कंक्रीट संयुक्त रूप से कार्य करते हैं और संरचना की विफलता तक प्रतिबल व विकृति में रैखीय सम्बन्ध रहता है।

⇒ यह हुक के नियम का पालन करते हैं।

⇒ प्रतिबलों के सरल रैखीय वितरण के कारण इस विधि में गणनायें काफी सरल हो जाती है।

⇒ कार्यकारी प्रतिबल विधि में कार्यकारी भारों की गणना में सहयोगी पदार्थों के गुणों में भिन्नता को दृष्टि में रखकर, पर्याप्त सुरक्षा गुणांक अपनाया जाता है।

⇒ IS-456-2000 के अनुसार कंक्रीट के बेलन में लम्बीडन प्रतिबलों के लिए 28 दिन के घन (cube) की अभिलाक्षणिक सामर्थ्य (characteristic strength) पर 3- और इस्पात के बेलन तनन प्रतिबलों के लिए पराभव सामर्थ्य (yield strength) पर 1.78 का Factor of safety लिया जाता है।

Working stress method में कुछ आधारभूत दोष हैं —

(a) इस विधि को एक प्रत्यास्थ पदार्थ मान लिया जाता है।

(b) इस विधि में प्रतिबलों पर ही सुरक्षा-गुणांक (Factor of safety) लगाया जाता है जबकि भारों (loads) पर नहीं।

(c) कंक्रीट खण्ड में प्रतिबल वितरण सरल रेखीय दिखाया जाता है, जो सत्य नहीं है।

(d) कार्यकारी प्रतिबल विधि से अवयव का अभिकल्पित परिच्छेद अनावश्यक रूप से बड़ा आता है, जिसके निर्माण पर व्यय अधिक होता है।

⇒ उपरोक्त कारणों से ~~प्रबलित~~ प्रबलित कंक्रीट अवयवों के अभिकल्पन के लिए अन्य विधियाँ विकसित हुई।

2- चरम भार विधि (Ultimate Load Method)

⇒ इस विधि से अभिकल्पन करने पर कंक्रीट और प्रबलन इस्पात की सामर्थ्य का पूर्णतः लाभ उठाया जाता है और संरचना भार वहन कर ~~लेता~~ लेती है।

⇒ चरम भार सिद्धान्त पर प्रबलित कंक्रीट अवयवों पर अभिकल्पन करने के लिए चरम भार पर विचार किया जाता है।

⇒ संरचना पर पड़ने वाले अधिकतम सम्भावित भार को Load factor से गुणा करके, ultimate Load निर्धारित किया जाता है और इसी भार के लिए Design किया जाता है।

⇒ Laad factor (भार-गुणांक) = $\frac{\text{Collapse Laad}}{\text{Working laad.}}$

⇒ Ultimate Laad method में Working stress method की तुलना में 40% तक प्रबलन इस्पात की बचत होती है।

⇒ Ultimate Laad method में भार गुणांक (Laad factor), सुरक्षा गुणांक (Factor of safety) से अधिक महत्व रखता है।

Ultimate Laad Method के दोष

⇒ चरम भार विधि में प्रबलित कंक्रीट अवयव का खण्ड-माप काफी छोटा (Thin section) आता है।

⇒ Ultimate Laad method में धरनों के कर्तन (Shear) व अभिलग्न (Bond) सम्बन्धी सही जानकारी अब उपलब्ध नहीं है। इसलिए यह जाँच प्रत्यास्थता सिद्धान्त के आधार पर की जाती है।

⇒ इस विधि में संकुचन और दरारों पर भी कोई विचार नहीं किया जाता है।

(6). सीमांत अवस्था विधि (Limit state method)

⇒ सीमान्त अवस्था विधि एक तर्क संगत विधि है, जो चरम भार विधि का सुधरा हुआ रूप है और यह विधि सुघट्य (Plastic) अभिकल्पन पर आधारित है।

⇒ Limit state method में संरचना की चरम सामर्थ्य के साथ-साथ इसकी सेवा योग्यता व टिकाऊपन पर भी विचार किया जाता ~~सकता~~ है।

⇒ Limit state method में मुख्य दो सीमाओं पर विचार किया जाता है।

⇒ भारतीय मानक ब्यूरो (BIS) ने IS: 456-2000 कोड़ में इसी विधि पर अधिक बल दिया है।

सीमान्त अवस्था विधि की मुख्य सीमाएँ निम्न हैं —

(A) निपात की सीमान्त अवस्था (Limit state of collapse)

यह सीमांत अवस्था संरचना की सामर्थ्य पर विचार करती है जब संरचना ध्वस्त (Collapse) होती है ऐसे चरम अवस्था कहते हैं। इस सीमान्त अवस्था में अवयव की निम्न निपात बातों को ध्यान में रखा जाता है।

(I) अनमन (Flexural) (II) कर्तन (Shear)

(III) अभिलाग (Bond) (IV) मरोड (Torsion)

(V) सम्पीडन (Compression)

(b) सेवा योग्यता की सीमांत अवस्था (Limit state of serviceability)

यह वह अवस्था है जब अत्यधिक विकृति के कारण संरचना सेवा योग्य न रहे इस सीमांत अवस्था में खण्ड के —

I. विक्षेप (Deflection) II. दरारें (Cracking)

III. कम्पन (Vibration) पर विचार किया जाता है।

Comparision between Working stress and Limit state Method :-

कार्यकारी प्रतिबल विधि	सीमान्त अवस्था विधि
1. आधार नियम :- यह विधि यांत्रिकी के सामान्य नियमों पर आधारित है और सैद्धान्तिक है इसमें गणनाएँ सरल पड़ती है।	अभिकल्पन विधि प्रेक्षण द्वारा प्राप्तलब्ध आँकड़ों पर आधारित है गणनाओं को सरल बनाने के लिए कुछ मान्यताएँ अपनायी जाती हैं।
2. कंक्रीट की प्रकृति :- अभिकल्पन के लिए कंक्रीट को प्रत्यास्थ माना जाता है।	कंक्रीट विफल होने से पहले प्रत्यास्थ अवस्था में आ जाती है। इस विधि में इस तथ्य को आधार माना जाता है।
3. भार निर्धारण :- संरचना पर भारों का निर्धारण सरल पड़ता है।	संरचना पर भार निर्धारण अनुभव व सूझ-बूझ से करना पड़ता है।

4. हुक नियम :-

प्रतिबल विकृति के समानुपाती होते हैं। यह विधि हुक के नियम पर आधारित है।	सीमान्त अवस्था विधि हुक के नियम को विचार में नहीं लाती है।

5. प्रतिबल आरेख :-

प्रतिबलों का वितरण सरल रेखीय माना जाता है। इस आधार पर सम्पीडन प्रतिबल आरेख त्रिभुजाकार होता है।	प्रतिबलों का वितरण सरल रेखीय नहीं होता है सम्पीडन प्रतिबल आरेख परवलयाकार होता है, जिसे गणनाओं की सरलता के लिए समतुल्य आयत में बदल लिया जाता है।

6. पदार्थों की सामर्थ्य :-

अभिकल्पन में मापांक अनुपात = m लिया जाता है इस्पात की सामर्थ्य परिस्थान कंक्रीट की सामर्थ्य से m गुना ली जाती है जबकि इस्पात की सामर्थ्य काफी गुना अधिक होती है।	अभिकल्पन में कंक्रीट और इस्पात की वास्तविक प्रेक्षण सामर्थ्य ली जाती है। इससे इस्पात जो महंगा पदार्थ है, की पूर्ण सामर्थ्य का लाभ मिलता है।

7. सुरक्षा गुणांक :-

कार्यकारी प्रतिबलों को निर्धारित करने के लिए सुरक्षा गुणांक का प्रयोग किया जाता है।	सीमान्त अवस्था विधि में कंक्रीट व इस्पात की अभिलक्षणिक सामर्थ्य तथा आंशिक सुरक्षा गुणांक अपनाये जाते हैं।

8. प्रबलन :-

अधिकतर (धरन) खण्ड सन्तुलित ~~अवस्था~~ अथवा अतिप्रबलित होते हैं। कंक्रीट की पूर्ण सामर्थ्य का प्रयोग हो पाता है।	इस्पात की पूर्ण सामर्थ्य प्राप्त करने के लिए न्यून प्रतिबल धरनों को वरीयता दी जाती है। इससे इस्पात की मात्रा कम लगती है।

9. मितव्ययी खण्ड :-

इस सिद्धान्त पर अभिकल्पित खण्ड मितव्ययी नहीं होते।	अभिकल्पित खण्ड मितव्ययी होते हैं।

10. अन्य प्रतिबल :- कर्तन तथा अभिलंग के लिए सीमांत अवस्था विधि अपनायी जाती है।	विक्षेप (Deflection) के लिए प्रत्यास्थता विधि अपनायी जाती है।
11. सेवायोग्यता :- कंक्रीट संरचना पर कालान्तर पड़ने वाले प्रभाव संकुचन व मन्द विरूपण (Creep) पर ध्यान नहीं दिया जाता है।	कंक्रीट के इन दोषों पर ध्यान दिया जाता है।
12. खण्ड माप :- अभिकल्पित खण्ड काफी बड़े आते हैं, जिसकारण स्थायित्व व कंक्रीट की खपत अधिक होती है।	अभिकल्पित खण्ड का माप उपयुक्त होता है। अतः मितव्ययी भी होता है।

Types of load :- on RCC Structure

(I) Dead load (अचल भार) → Code IS 875 (Part-I)-1987

(II) Live Load (or imposed Load) (चल भार या अध्यारोपित भार) IS-875 (Part-II) 1987

(III) Wind loads (वायु भार) → IS 875 (Part-3) 1987

(IV) Snow load (बर्फ भार) - IS 875 (Part-4)-1987

(V) Earth quake Load (भूकम्प भार) IS 1893-2002 (Part-I)

Chapter – 02

:- Introduction to following method of RCC design :-

Working stress method

प्रबलित कंक्रीट धरनों के बंकन सिद्धान्त की मूल संकल्पनाएँ, (Basic Assumptions in theory of simple bending for RCC Beam) :-

(I) कोई भी अनुप्रस्थ परिच्छेद (Cross-section) जो बंकन से पूर्व समतल है, बंकन के पश्चात् की समतल में रहता है।

(II) कार्यकारी सीमा के अन्दर कंक्रीट तथा इस्पात पूर्ण रूप से प्रत्यास्थ (elastic) मान जाते हैं।

(III) कार्यकारी भार पर इस्पात और कंक्रीट का प्रतिबल-विकृति सम्बंध एक सीधी रेखा में रहता है।

(IV) सभी तल प्रतिबल इस्पात वहन करता है और कंक्रीट इसमें पूर्ण मुक्त मानी जाती है।

(V) कंक्रीट में दबाव समस्त प्रबलन इस्पात तथा कंक्रीट में किसी भी प्रकार के प्रारम्भिक प्रतिबल नहीं होता है।

(VI) इस्पात तथा कंक्रीट की प्रत्यास्था गुणांक (Modulus of elasticity) – E_s व E_c (Constant) माने जाते हैं।

⇒ इस्पात व कंक्रीट के प्रत्यास्था गुणांकों के अनुपात (m) का मान $\frac{280}{3\sigma_{cbc}}$ लिया जाएगा (IS-456-2000)

σ_{cb} = कंक्रीट में बंकन में अनुज्ञेय सम्पीडन प्रतिबल (N/mm^2) है।

प्रतिबल (stress) :-

(I). चरम प्रतिबल (Ultimate stress)
(II) सुरक्षित या कार्यकारी या अभिकल्प प्रतिबल (safe, working or design stress)
(III). वास्तविक प्रतिबल (Actual stress)

(1) चरम प्रतिबल :-

किसी खण्ड के भार के कारण, विफल होने के समय उत्पन्न प्रतिबल, चरम प्रतिबल कहलाते हैं।

⇒ ~~सुरक्षि~~ यह प्रतिबल खण्ड की कुल सामर्थ्य होगी।

Ex.

M-25 Grade की कंक्रीट की अभिलाक्षणिक सामर्थ्य (f_{ck}) 15 होगी। यही इसकी Ultimate Compressive Strength होगी।

(2) सुरक्षित, कार्यकारी या अभिकल्प प्रतिबल :-

प्रयोगशाला से प्राप्त चरम प्रतिबलों को सुरक्षा गुणांक से भाग देकर सुरक्षित कार्यकारी प्रतिबल निर्धारित कर लिया जाता है। जिसे Design में अपनाया जाता है।

(I). कंक्रीट का बंकन सम्पीडन (Bending Compression).

$$\text{कार्यकारी प्रतिबल} = \frac{\text{चरम प्रतिबल}}{\text{सुरक्षा गुणांक}}$$

(M-15 - $f_{ck} = \frac{f_{ck}}{3} = 5\,N/mm^2$

(II) कंक्रीट की सीधे सम्पीडन (Direct Compression) में सुरक्षा गुणांक 4 लिया जाता है।

III. इस्पात की तनन में yield strength पर सुरक्षा गुणांक 1.78 लिया जाता है।

Ex.

Mild stress Fe 250 → yield strength - 250

Allowable stress कार्यकारी प्रतिबल

$$= \frac{250}{1.78} = 140.44 \ N/mm^2$$

माॅपांक अनुपात (Modular Ratio) :- (m)

इस्पात तथा कंक्रीट के प्रत्यास्थता मापांक के अनुपात को मापांक अनुपात कहते हैं। इसे m से प्रदर्शित करते हैं।

$$\text{मापांक अनुपात } m = \frac{E_S}{E_C} = \frac{\text{इस्पात का प्रत्यास्थता मापांक}}{\text{कंक्रीट का '' ''}}$$

According to IS Code –

$$E_S = 2 \times 10^5 \ N/mm^2$$

$$E_C = 5000\sqrt{f_{ck}} \ N/mm^2$$

f_{ck} → Characteristic strength

⇒ IS Code - 456-2000 के अनुसार –

$$\boxed{m = \frac{280}{3\sigma_{cb}}}$$

σ_{cb} = अनुज्ञेय बंकन सम्पीडन प्रतिबल

Chapter - 2

Fundamental of Working stress method

Topic :-

(I) Assumptions of working stress method

(II) Permissible stresses / working stresses (अनुज्ञेय प्रतिबल)

(III) Total equivalant area (कुल समतुल्य क्षेत्रफल)

(IV) Modular ratio (मापांक अनुपात)

(V) Analysis of singly Reinforced Concrete beam

(a) Depth of natural axis (उदासीन रेखा की गहराई)

(b) Percentage of steel (इस्पात की प्रतिशत मात्रा)

(c) Lever arm (उत्तोलक भुजा)

(d) Moment of resistance

(VI) Classes of Beam (धरन की श्रेणियाँ)

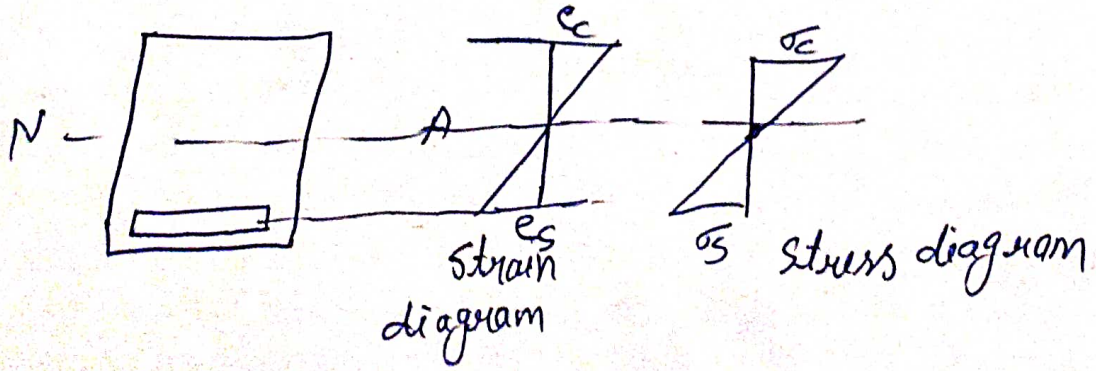
(VII) Numericals.

Assumptions of working stress method :-
(कार्य कारी प्रतिबल विधि की मान्यताएँ) :-

1. यदि कोई काट जो नमन से पहले समतल है तो वह नमन के पश्चात भी समतल रहेगा।
2. कंक्रीट तथा प्रबलन इस्पात पूर्ण रूप से बंधे होते हैं।
3. यह विधि प्रत्यास्थता के सिद्धान्त पर आधारित है तथा यह माना गया है कि इस्पात तथा कंक्रीट दोनो प्रत्यास्थ हैं जो हुक के नियम का पालन करते हैं।
4. इस विधि में पदार्थों के अनुमेय प्रतिबल लिए गये हैं।
5. सभी तनन प्रतिबल इस्पात द्वारा लिये गये तथा कंक्रीट द्वारा कोई तनन प्रतिबल नही लिया गया।
6. मापांक अनुपात m का मान $\frac{280}{3\sigma_{cbc}}$ लिया गया।
7. इसमें सुरक्षा गुणांक का प्रयोग पदार्थों के लिए किया गया है।

For steel	= 1.78
For concrete	= 3

8. इसका stress and strain diagram रेखीय होता है।



Permissible stresses / Working stresse
(अनुज्ञेय प्रतिबल / कार्यकारी प्रतिबल)

A.

$$\text{Permissible stress in Concrete} = \frac{\text{Ultimate strength of concrete}}{\text{Factor of safety}}$$

F.O.S For Concrete

in bending compression = 3
(बंकन संपीडन में)

grade of concrete	Permissible stress in concrete in bending compression (σ_{cbc}) (N/mm²)
M 15	5.0
M 20	7.0
M 25	8.5
M 30	10.0
M ~~35~~	11.5
M 40	13.0

B.

$$\text{Permissible stress in steel} = \frac{\text{Yield strength of steel}}{\text{Factor of safety}}$$

F.O.S For steel :—

F.O.S. For steel = 1.78

Permissible stress in steel :-

① In Tension

ⓐ For mild steel (Fe 250) $\sigma_{st} = 140\ N/mm^2$, $\phi \leq 20mm$

$\sigma_{st} = 130\ N/mm^2$, $\phi > 20\ mm$

ⓑ For medium tensile steel (Fe 345) $\sigma_{st} = 190\ N/mm^2$

ⓒ For HYSD steel (Fe 415) $\sigma_{st} = 230\ N/mm^2$

(Fe 500) $\sigma_{st} = 275\ N/mm^2$

② In Compression :-

ⓐ Fe 250 $\longrightarrow \sigma_{sc} = 130\ N/mm^2$

Fe 345 $\longrightarrow \sigma_{sc} = 190\ N/mm^2$

Fe 415 $\longrightarrow \sigma_{sc} = 150\ N/mm^2$

Fe 500 $\longrightarrow$ It is not used.

Modular Ratio

$$m = \frac{E_s}{E_c}$$

where,

E_s = young's modulus of elasticity of steel (इस्पात का यंग प्रत्यास्थता गुणांक)

E_c = young's modulus of elasticity of concrete (कंक्रीट का यंग प्रत्यास्थता गुणांक)

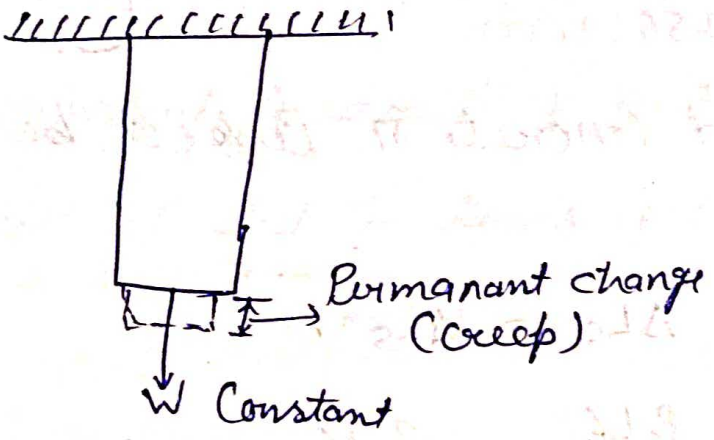
For all grades of steel —

$$\Rightarrow E_s = 2 \times 10^5 \ N/mm^2$$

For all grade of concrete $\Rightarrow E_c = 5000\sqrt{f_{ck}}$

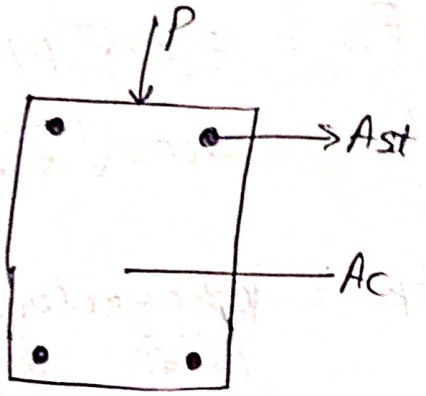
f_{ck} = Characteristic strength of concrete
(कंक्रीट की अभिलाक्षणिक सामर्थ्य)

$$m = \frac{280}{3\sigma_{cbc}}$$ when Creep is partially considered.



Grade of Concrete	σ_{cbc} (N/mm²)	m
M15	5	18 या 19
M20	7	13
M25	8.5	11
M30	10	9
M35	11.5	8
M40	13	7

4. Total equivalent Area (कुल समतुल्य क्षेत्रफल)



$$\boxed{P = P_c + P_s}$$

$$P = \sigma_c A_c + \sigma_s A_{st} \quad \text{---(1)} \quad \because \begin{cases} \sigma = \frac{P}{A} \\ P = \sigma \cdot A \end{cases}$$

A(c to IS 456:2000

Steel and Concrete में Perfect bonding होती है।

$$\Delta L_c = \Delta L_s$$

$$\frac{P_c L_c}{A_c E_c} = \frac{P_s L_s}{A_s E_s}$$

$$\frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$\frac{E_s}{E_c} = \frac{\sigma_s}{\sigma_c}$$

$$\boxed{m = \frac{\sigma_s}{\sigma_c}}$$

$$\boxed{\sigma_s = m \cdot \sigma_c}$$

or $$\boxed{\sigma_c = \frac{\sigma_s}{m}}$$

equivalent stress of steel, in terms of Concrete $= \boxed{\frac{\sigma_s}{m}}$

$\sigma_s = m \cdot \sigma_c$ put in eq^n (1) —

$$P = \sigma_c A_c + m \cdot \sigma_c \cdot A_s$$

$$P = \sigma_c [A_c + m \cdot A_s]$$

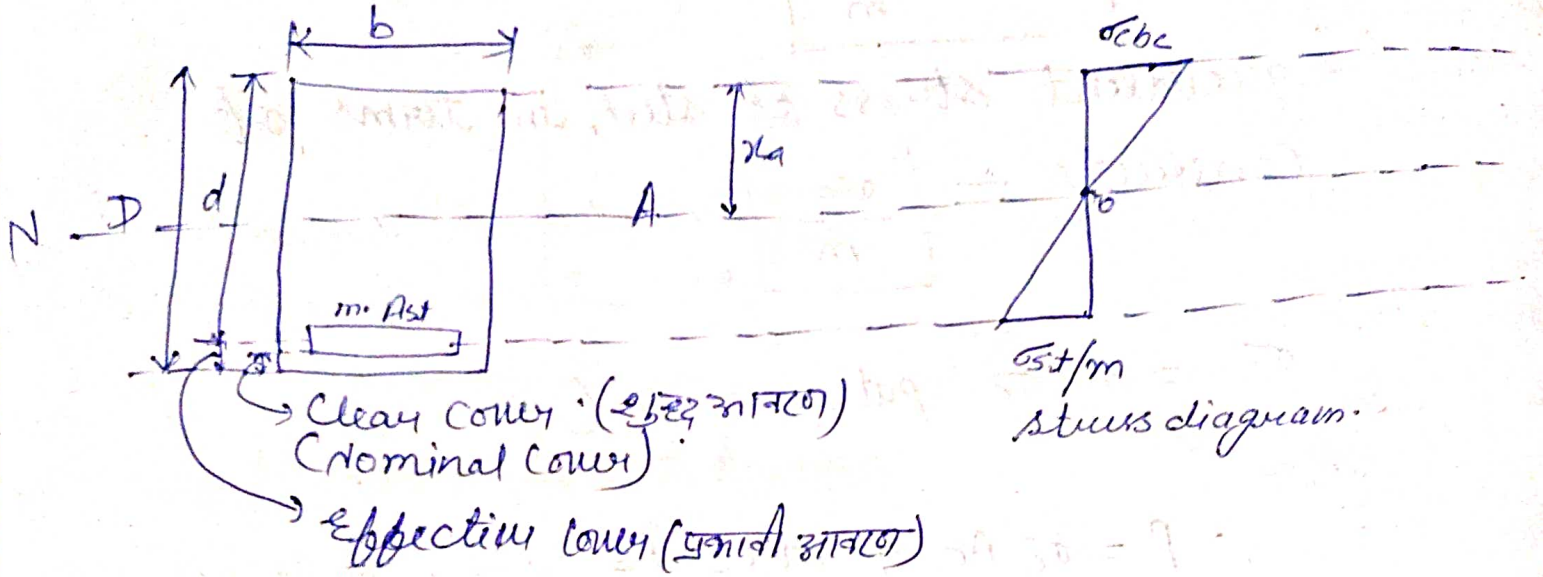
Total equivalent Area $= A_c + m \cdot A_s$

Equivalent Area of steel, in terms of Concrete

$= \boxed{m \cdot A_s}$.

Analysis of singly reinforced beam :-

एकल प्रबलित धरन का ~~आंशिकल~~ विश्लेषण)



$d = D - \text{Effective cover}$, $\text{Effective cover} = C.C - \frac{\phi}{2}$

Structure	Nominal Cover
Slab	20 mm
Beam	25 mm
Column	40 mm
Foundation	50 mm

b = width of Beam

d = Effective depth of beam

D = Total depth of beam

m = modular ratio

Ast = Area of steel in tension

σ_{st} = Permissible stress of steel in tension

σ_{cbc} = Permissible stress of Concrete in bending Compression

Depth of N.A. :-

यदि N.A की गहराई moment area method का प्रयोग करके ज्ञात की जाती है तो उसे Actual N.A. कहते हैं।

Taking moment about N.A.
उदासीन अक्ष के परित: नमन लेने पर —

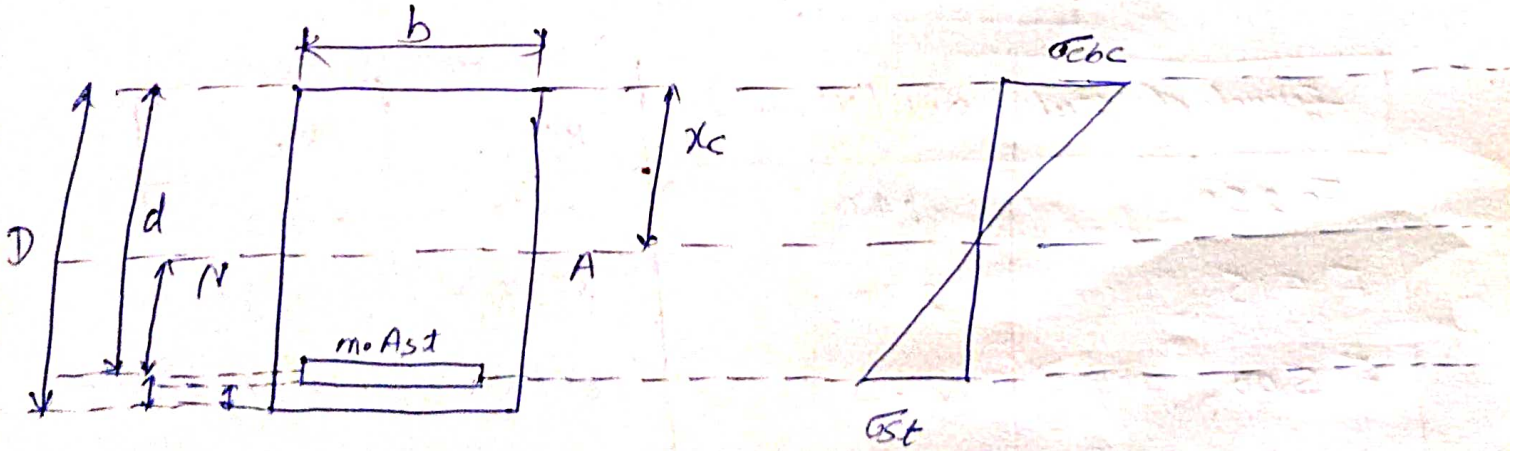
$$(b \cdot x_a) \cdot \frac{x_a}{2} = m \cdot A_{st} \cdot (d - x_a)$$

$$\boxed{\frac{b \cdot x_a^2}{2} = m \cdot A_{st} (d - x_a)}$$

Depth of Critical N.A. (क्रांतिक बल शून्य रेखा की गहराई)

जब N.A की गहराई Working stress (σ_{cbc} & σ_{st}) का प्रयोग करके ज्ञात की जाती है तो इसे Critical Neutral axis कहते है।

From similar triangle (समरूप त्रिभुज) —



$$\frac{\sigma_{cbc}}{x_c} = \frac{\sigma_{st}/m}{(d - x_c)}$$

$$\frac{\sigma_{cbc}}{x_c} = \frac{\sigma_{st}}{m(d - x_c)}$$

$$m\sigma_{cbc} \cdot d - m\sigma_{cbc} \cdot x_c = \sigma_{st} \cdot x_c$$

$$m\sigma_{cbc} \cdot d = x_c(\sigma_{st} + m\sigma_{cbc})$$

$$\boxed{x_c = \frac{m\sigma_{cbc} \cdot d}{m\sigma_{cbc} + \sigma_{st}}}$$

$$x_c = \frac{\frac{280}{3\sigma_{cbc}} \times \sigma_{cbc} \cdot d}{\frac{280}{3\sigma_{cbc}} + \sigma_{cbc} + \sigma_{st}}$$

$$\boxed{x_c = \frac{\frac{280}{3} \cdot d}{\frac{280}{3} + \sigma_{st}}}$$

Design formula :-

$$\boxed{x_c = K \cdot d}$$

Grade of steel	σ_{st} (N/mm^2)	K	x_c
Fe 250	140	0.39	0.39d
F 415	230	0.20	0.28d
F 500	275	0.25	0.25d.

Percentage of steel (इस्पात की प्रतिशत मात्रा) :-

$$p = \frac{A_{st}}{b \cdot d} \times 100 \%$$ ⇒ when Ast is given.

$$p = \frac{50 x_a^2}{m d (d - x_a)}$$ ⇒ when Ast is not given.

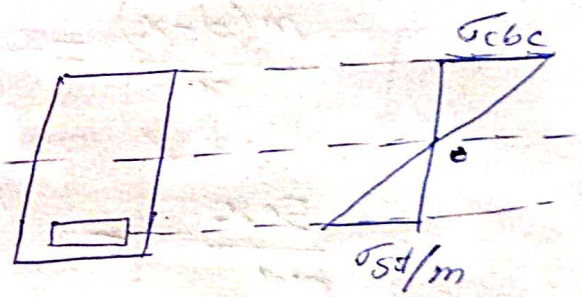
Derivation :-

$$\because \; p = \frac{A_{st}}{b \cdot d} \times 100$$

$$A_{st} = \frac{p \cdot b \cdot d}{100} \quad \text{—— (1)}$$

For economical section ——

$$C = T$$



Compressive force –

$$C = \left(\frac{0 + \sigma_{cbc}}{2} \times b \cdot x \right)$$

$$\because \begin{cases} \sigma = \frac{F}{A} \\ F = \sigma \cdot A \end{cases}$$

& Tensile Force ——

$$T = \frac{\sigma_{st}}{m} \cdot m \cdot A_{st}$$

$$\boxed{T = \sigma_{st} \cdot A_{st}}$$

$$\frac{\sigma_{cbc}}{2} \times b \cdot x = \sigma_{st} \cdot A_{st}$$

$$\frac{\sigma_{cbc}}{2} \cdot b \cdot x = \sigma_{st}\left(\frac{p \cdot b \cdot d}{100}\right) \quad \text{From eq}^n \ ① -$$

$$\frac{\overset{50}{\cancel{100}} \cdot \cancel{b} \cdot x}{\cancel{2} p \cdot \cancel{b} \cdot d} = \frac{\sigma_{st}}{\sigma_{cbc}} \quad —— ②$$

Similar Δ से ——

$$\frac{\sigma_{cbc}}{x} = \frac{\sigma_{st}}{\sigma_{cbc}}$$

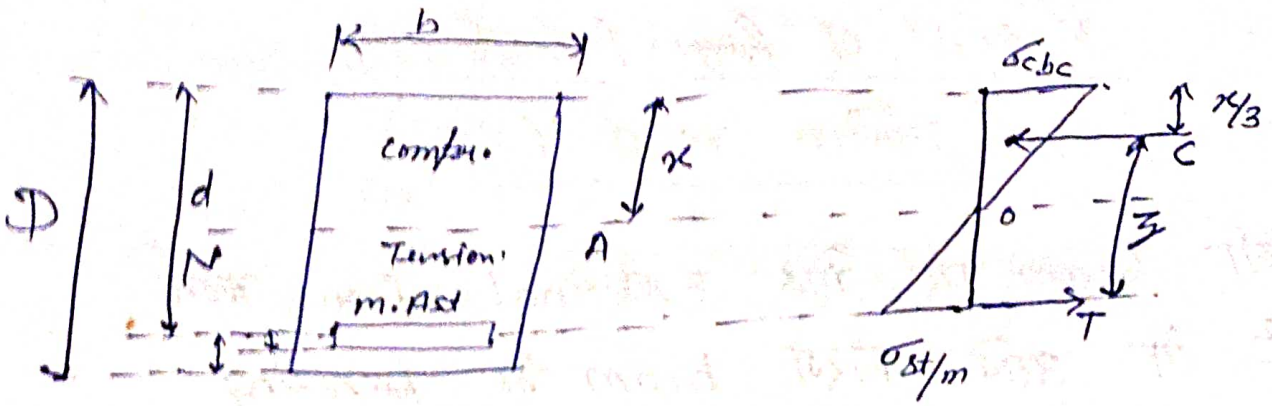
$$\frac{m(d-x)}{x} = \frac{\sigma_{st}}{\sigma_{cbc}} \quad \text{putting ② -}$$

$$\frac{50x}{p \cdot d} = \frac{m \cdot (d-x)}{x}$$

$$m \cdot p \cdot d(d-x) = 50x^2$$

$$\boxed{p = \frac{50x^2}{m \cdot d \cdot (d-x)}}$$

Proved.



Lever Arm (उत्तोलक भुजा) :-

संपीडन बल तथा तनन बल के बीच की लम्बवत दूरी को उत्तोलक भुजा कहते हैं।

C = Compressive force

$C = \frac{\sigma_{cbc}}{2} \cdot b \cdot x$

T = Tensile force

$T = \sigma_{st} \cdot A_{st}$

$$\boxed{z = d - \frac{x}{3}}$$

Design formula —

$$z = d - \frac{kd}{3}$$

$$z = \left(1 - \frac{k}{3}\right) d$$

$$\boxed{z = j \cdot d}$$

Grade of steel	k	j
Fe 250	0.39	0.87
Fe 415	0.28	0.91
Fe 500	0.25	0.92

Moment of Resistance
(प्रतिरोध आघूर्ण (M.R))

जब किसी beam पर कोई External force कार्य करता है तो उसके कारण beam में bending moment उत्पन्न होता है इस Bending moment का प्रतिरोध करने के लिए Beam के अन्दर से एक Internal moment उत्पन्न होता है जिसे Moment of Resistance कहते हैं।

For safety of beam –

$MR \geq B.M$
$M.R < BM$ → Beam fail.

∵ $= M = F \times d$

$M.R = C \times Z$
$M.R = T \times Z$

Compressive force या Tensile force and Lever arm के गुणनफल को MR कहते हैं।

In Compression —

$$M.R. = C \times Z$$

$$\boxed{M.R = \frac{\sigma_{cbc}}{2} \cdot b \cdot x\left(d - \frac{x}{3}\right)}$$

In Tension —

$$M.R = T \cdot Z$$

$$\boxed{M.R = \sigma_{st} \cdot A_{st} \cdot \left(d - \frac{x}{3}\right)}$$

Design formula —

$$MR = \frac{\sigma_{cbc}}{2} \cdot b \cdot k \cdot d \left(d - \frac{k \cdot d}{3}\right)$$

$$MR = \frac{\sigma_c bc}{2} \cdot bd^2 \cdot k\left(1 - \frac{k}{3}\right)$$

$$MR = k\left(1 - \frac{k}{3}\right) \frac{\sigma_{cbc}}{2} bd^2$$

$$\boxed{M.R = Rbd^2}$$

Classes of R.C.C Beam

(R.C.C. धरन की श्रेणियाँ)

1) Under Reinforced Beam (अल्प प्रबलित धरन) ($x_a < x_c$)

2. Over Reinforced Beam (अति प्रबलित धरन) ($x_a > x_c$)

3. Balanced Beam (संतुलित धरन) ($x_a = x_c$)

(1) Under Reinforced Beam :-

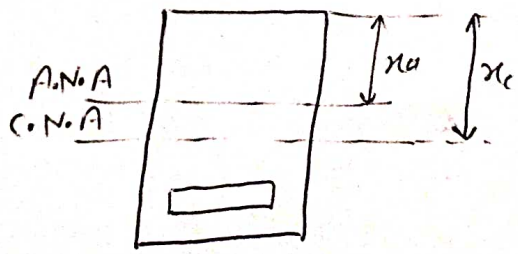
वह धरन जिसमें Reinforcement steel की मात्रा अपेक्षाकृत कम use करते हैं under Reinforced beam कहलाती है। Under Reinforced beam में beam पहले tension में fail होती है क्योंकि steel, concrete से पहले अपनी permissible stress ग्रहण कर लेता है।

$$x_a < x_c$$

$$x_a \Rightarrow \frac{b x_a^2}{2} = m A_{st}(d - x_a)$$

$$x_c \Rightarrow \frac{m \sigma_{cbc} \cdot d}{m \sigma_{cbc} + \sigma_{st}}$$

$$MR = T \times z$$



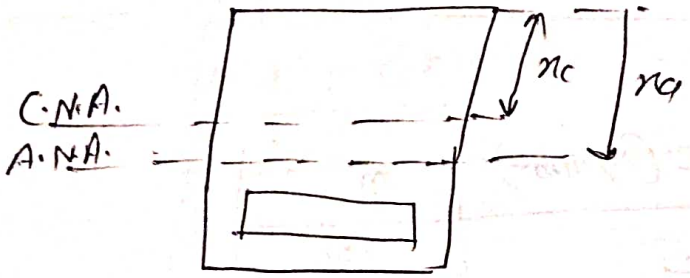
② Over Reinforced Beam

वह Beam जिसमें Reinforcement steel की मात्रा आपेक्षाकृत अधिक use की जाती है Over Reinforcement Beam कहलाती है।

Over Reinforced ~~ment~~ beam में Beam पहले Compression में fail होती है क्योंकि Concrete, steel से पहले अपनी Permissible stress ग्रहण कर लेती है।

$x_a > x_c$

$M \cdot R = C \cdot z$



③. Baldnced Beam :-

वह स्थान जिसमें प्रबलन की मात्रा आवश्यकतानुसार प्रयोग की जाती है, baldnce beam कहलाती है। ~~ball~~ balance beam में beam एक साथ fail होती है। क्योंकि इसमें Concrete और Steel एक साथ Permissible stress ग्रहण करते हैं।

$x_a = x_c$

$M \cdot R = C \cdot z$ या $T \cdot z$

Summary

① Modular ratio –

$$\boxed{m = \frac{E_s}{E_c}} \quad \& \quad m = \frac{280}{3\sigma_{cbc}}$$

② C.N.A.

$$\boxed{x_c = \frac{m\sigma_{cbc} \cdot d}{m\sigma_{cbc} + \sigma_{st}}}$$

③. A.N.A.

$$\boxed{\frac{b x_a^2}{2} = m A_{st} (d - x_a)}$$

grade of concrete	σ_{cbc} (N/mm²)	m
M-15	5	10
M-20	7	13
M-25	8.5	11

Grade of steel	σ_{st} (N/mm²)
Fe250	140
Fe 415	230
Fe 500	275

④ Lever Arm :-

$$z = d - \frac{x}{3}$$

⑤ Moment of resistance :-

(I). In compression.

$$M.R. = C \times z$$

$$M.R. = \frac{\sigma_{cbc}}{2} b \cdot x_a \left(d - \frac{x_a}{3}\right)$$

(II). In Tesion :- $M.R. = T \times z$

$$M.R. = \sigma_{st} \cdot A_{st} \left(d - \frac{x_a}{3}\right)$$

6. Percentage of steel in R.C.C Beam :-

when Ast is given -

$$p = \frac{Ast}{b \times d} \times 100$$

when Ast is not given -

$$p = \frac{50x^2}{m \cdot d(d-x)}$$

7. self weight of R.C.C section :-

$$W_{self} = 1 \times D \times 25000$$

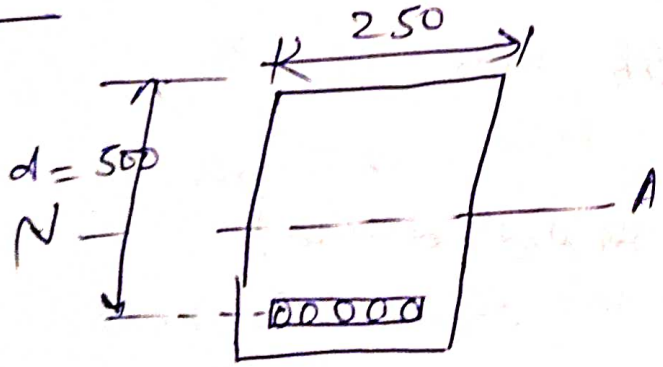
Numericals :-

Q-1 :- A singly reinforced beam having cross section 250mm x 500 mm (effective) has 5 bars of 14 mm diameter. Find the moment of resistance of $\sigma_{cbc} = 7 N/mm^2$, $\sigma_{st} = 140 N/mm^2$ and $m = 13$

एक प्रबलित धरन का अनुप्रस्थ काट 250x500mm (प्रभावी) है जिसमें 14mm व्यास की 5 छड़ें डाली गई हैं। प्रतिरोध आघूर्ण ज्ञात कीजिए यदि $\sigma_{cbc} = 7 N/mm^2$

$\sigma_{st} = 140 N/mm^2$

Given :



$B = 250 mm$

$d = 500 mm$

$A_s = \frac{\pi}{4}(d)^2 \Rightarrow \frac{\pi}{4} \times (14)^2$

$A_{st} = 769.69 mm^2$

$\sigma_{st} = 140 N/mm^2$

$\sigma_{cbc} = 7 N/mm^2$

$$\boxed{M.R = C \times Z}.$$

$$= \frac{\sigma_{cbc}}{2} b.x\left(d - \frac{x}{3}\right)$$

$$MR = T \times Z$$

$$= \sigma_{st}.A_{st}\left(d - \frac{x}{3}\right)$$

C.N.A.

$$x_c = \frac{m\sigma_{cbc}.d}{m\sigma_{cbc} + \sigma_{st}}$$

$$= \frac{13 \times 7.500}{13 \times 7 + 140}$$

$$= 196.96 \text{ mm}.$$

A.N.A

$$\frac{b x_a^2}{2} = m A_{st}(d - x_a)$$

$$\frac{250 \times x_a^2}{2} = 13 \times 769.69(500 - x_a)$$

$$125 x_a^2 = 10005.97(500 - x_a)$$

$$125 x_a^2 = -10005.97 x_a + 5002985$$

$$125 x_a^2 + 10005.97 x_a - 5002985 = 0$$

$$x_a^2 + 80.04 x_a - 40023.88 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_a = \frac{-80.04 \pm \sqrt{(80.04)^2 - 4 \times 1 \times 40023.88}}{2 \times 1}$$

$$x_a = \frac{-80.04 \pm \sqrt{-153689.12}}{2}$$

$$x_a = \frac{-80.04 \pm 392.03}{2}$$

$$x_a = 164 \text{ mm}$$

$x_c = 196.96 \text{ mm}$

$x_a = 164 \text{ mm}$

$x_a < x_c$ Under Reinforcement beam.

$$MR = T \times Z$$

$$= \sigma_{st} \cdot A_{st} \left(d - \frac{x_a}{3}\right)$$

$$= 140 \times 769.69 \left(500 - \frac{164}{3}\right)$$

$$= 107756.6 (445.33)$$

$$= 47987605.87 \text{ N-mm}$$

$$= 47.98 \text{ KN-m.}$$

Q-2 एक R.C.C धरन 350×550mm (प्रभावी) का प्रतिरोध आघूर्ण ज्ञात कीजिए तथा इसमें 20mm व्यास की 3 छड़ें डाली गई हैं। कंक्रीट तथा इस्पात में ~~अनुदैर्ध्य~~ अनुमेय प्रतिबल 7 N/mm² तथा 230 N/mm² है। m = 13.33 लीजिए

given -

MR = ?

b = 350 mm

d = 550 mm

20mm ϕ 3 bar.

$A_{st} = \frac{\pi}{4}(20)^2 \times 3$

=

$A_{st} = 942.47\ mm^2$

C.N.A.

$x_c = \frac{m\sigma_{cbc} \cdot d}{m\sigma_{cbc} + \sigma_{st}}$

$= \frac{13.33 \times 7 \times 550}{13.33 \times 7 + 230}$ ⇒ $x_c = 158.73$ mm

A·N·A

$$\frac{bx^2}{2} = m \cdot A_{st} (d - x_a)$$

$$\frac{350 x^2}{2} = 13.33 \times 942 (550 - x)$$

$$175x^2 = 12556.86 (500 - x)$$

$$x^2 = 71.75 (550 - x)$$

$$x^2 + 71.75x - 39464 = 0$$

श्रीधराचार्य

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-71.75 \pm \sqrt{(71.75)^2 + 4 \times 1 \times 39464}}{2 \times 1}$$

$$x = -\frac{71.75 \pm \sqrt{163004.06}}{2}$$

$$x = -\frac{71.75 \pm 403.74}{2}$$

$$\boxed{x_a = 165.99}$$

$\therefore x_a > x_c \quad (166 > 158.73)$

Over reinforced beam.

$$M.R = C \cdot z$$

$$= \frac{\sigma_{cbc}}{2} \times b \times x_u \left(d - \frac{x_u}{3}\right)$$

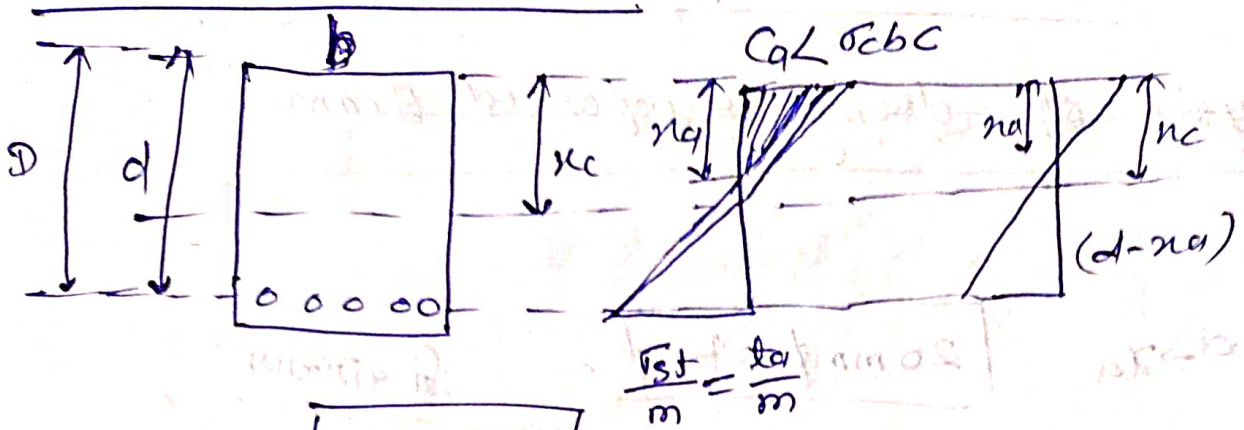
$$= \frac{7}{2} \times 350 \times 166 \left(550 - \frac{166}{3}\right)$$

$$= 203350 (494.67)$$

$$= 100590466.7 \quad N\text{-}mm$$

$$= 100.59 \; kN\text{-}m$$

Under Reinforcement :-



$$x_a < x_c$$

⇒ Tensile failure / ductile failure

⇒ To give the warning for failure of structure

⇒ Secondary compressive failure –

$$(MOR)_{comp} = B \times x_a \frac{C_a}{2}\left[d - \frac{x_a}{3}\right]$$

where C_a → actual compressive bending stress –

$$\frac{C_a}{x_a} = \frac{\sigma_{st}}{m(d - x_a)}$$

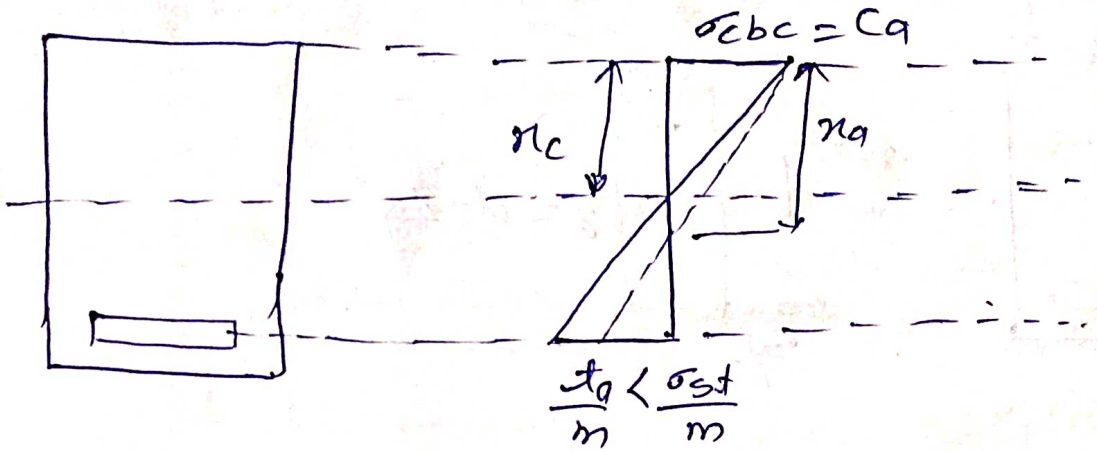
V. Imp.

$$C_a = \frac{\sigma_{st} \cdot x_a}{m(d - x_a)}$$

$$(MOR)_{Tension} = \frac{t_a}{m} \cdot m\, A_{st} \cdot \left(d - \frac{x_a}{3}\right) \Rightarrow t_a A_{st}\left(d - \frac{x_a}{3}\right)$$

$$(MOR)_{Tension} = \sigma_{st} \cdot A_{st}\left[d - \frac{x_a}{3}\right]$$

Over Reinforce Beam :-



$x_a > x_c$ $\quad \because MOR = B \cdot x_a \frac{C_a}{2}\left[d - \frac{x_a}{3}\right]$

$$(MOR)_{Comp.} = B \cdot x_a \cdot \frac{\sigma_{cbc}}{2}\left[d - \frac{x_a}{3}\right]$$

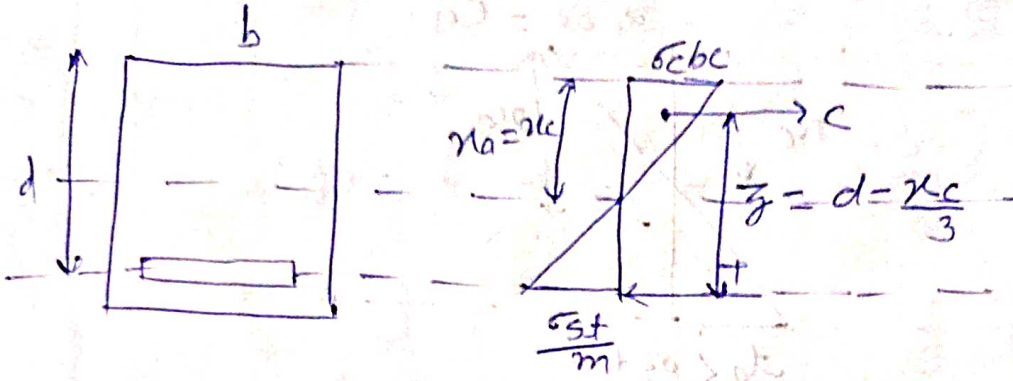
$$(MOR)_{Tension} = t_a \cdot A_{st}\left(d - \frac{x_a}{3}\right)$$

$$\frac{\frac{t_a}{m}}{d - x_a} = \frac{\sigma_{cbc}}{x_a}$$

$$\frac{t_a}{m(d - x_a)} = \frac{\sigma_{cbc}}{x_a}$$

$$t_a = \frac{\sigma_{cbc} \times m(d - x_a)}{x_a}$$

Case – 3 Balance section :-



$$(MOR)_C = b \cdot x_a \cdot \frac{\sigma cbc}{2} \left(d - \frac{x_a}{3}\right)$$

$$(MOR)_T = \sigma st \cdot Ast \left[d - \frac{x_a}{3}\right]$$

Note :-

$$MOR = b x_c \frac{\sigma cbc}{2} \left[d - \frac{x_c}{3}\right]$$

$$= b K d \frac{\sigma cbc}{2} \left[d - \frac{Kd}{3}\right]$$

$$= b \frac{\sigma cbc}{2} K d^2 \left[1 - \frac{K}{3}\right]$$

$$= b \frac{\sigma cbc}{2} K d^2 J$$

$$= \frac{\sigma cbc}{2} K \cdot J \cdot b d^2$$

$$\boxed{MOR = Q b d^2}$$

$$\boxed{x_a = x_c}$$

$$x_c = \frac{m \sigma cbc}{m \sigma cbc + \sigma st} \times d$$

$$\boxed{x_c = Kd}$$

$$\boxed{J = 1 - \frac{K}{3}}$$

$$MOR = Q b d^2$$

$$\boxed{MOR = BM}$$

$$\frac{BM}{Qb} = d^2$$

$$\boxed{d = \sqrt{\frac{BM}{Qb}}}$$

where

Q = Moment of Resistance coefficient.

J = Lever arm coefficient.

d = effective depth required

From Tension side

$$MOR = \sigma_{st} \cdot A_{st}\left[d - \frac{x_a}{3}\right]$$

$$\frac{MOR}{\sigma_{st}\left[d - \frac{x_a}{3}\right]} = A_{st}$$

$$\boxed{A_{st} = \frac{BM}{\sigma_{st}\left[d - \frac{x_a}{3}\right]}}$$

$$\boxed{A_{st} = \frac{BM}{\sigma_{st} \cdot j \cdot d}}$$

$$\boxed{\frac{B x_a^2}{2} = m \cdot A_{st}\left[d - x_a\right]}$$

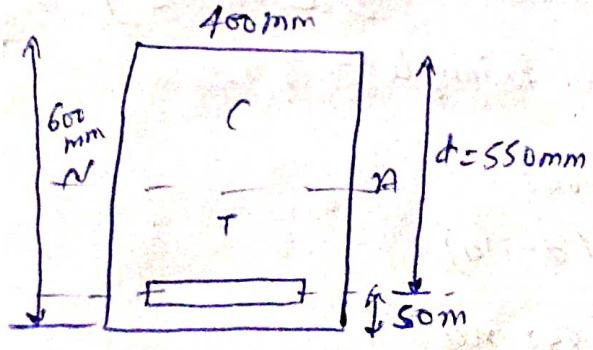
$$\boxed{x_c = \frac{m\sigma_{cbc}}{m\sigma_{cbc} + \sigma_{st}} \times d}$$

Q. Calculate the 'moment of Resistance' of a Rectangular Beam of size 400 X 600 mm (overall depth). Area of steel Provided.

(I) 4 — 16 mmϕ Bars.

(II) 6 — 25 mmϕ Bars

Calculate the Ast required for balence section used M25 Concrete and Fe 415 steel. Use WSM, and provided 50 mm effective cover.



(I). $A_{st} = \frac{\pi}{4}(16)^2 \times 4$

$A_{st} = 804.24\ mm^2$

$\boxed{m = 11}$ For M-25.

$$\frac{B x_a^2}{2} = m A_{st} [d - x_a]$$

$$\frac{200}{400} \frac{x_a^2}{2} = 11 \times 804.29 [550 - x_a]$$

$$x^2 = 44.23 [550 - x_a]$$

$$x^2 + 44.23 x_a - 24328.26 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_a = 135.419$$

$$x_c = \frac{m \sigma_{cbc}}{m \sigma_{cbc} + \sigma_{st}} \times d$$

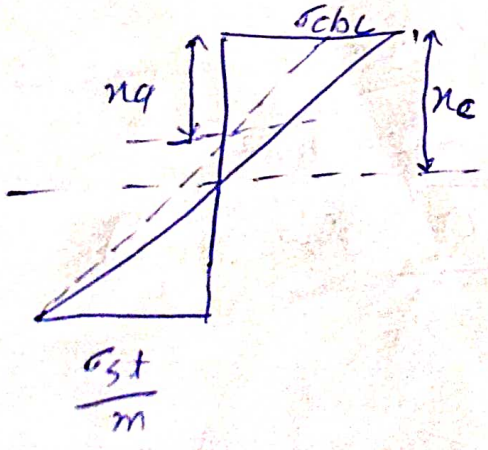
$$x_c = \frac{11 \times 0.5}{11 \times 0.5 + 130} \times 550$$

$$x_c = 150.96 \text{ mm}$$

$x_a < x_c$ → Under Reinforced section

Part – I :-

$$(MOR)_c = b \cdot x_a \frac{C_a}{2} \left[d - \frac{x_a}{3}\right]$$



From similar triangle –

$$\frac{C_a}{x_a} = \frac{\sigma_{st}}{m(d - x_a)}$$

$$C_a = \frac{\sigma_{st} x_a}{m(d - x_a)}$$

$$C_a = \frac{230 \times 135.43}{11(550 - 135.43)}$$

$$C_a = 6.83 N/mm^2$$

$$(MOR)_c = 400 \times 135.43 \times \frac{6.83}{2}\left[550 - \frac{135.43}{3}\right]$$

$$\boxed{(MOR)_c = 93.39 \ KN\text{-}m}$$

MOR in Tension side -

$$MOR = \sigma_{st} \cdot A_{st}\left[d - \frac{x_a}{3}\right]$$

$$= 230 \cdot 804.24\left[550 - \frac{135.43}{3}\right]$$

$$\boxed{(MOR)_T = 93.39 \ KN\text{-}m}$$

Table –

Grade of Concrete	Fe 250 $\sigma_{st} = 140\ N/mm^2$			Fe 415 $\sigma_{st} = 230\ N/mm^2$			Fe 500 $\sigma_{st} = 275\ N/mm^2$		
	K	J	Q	K	J	Q	K	J	Q
M-20 $\sigma_{cbc} = 7\ N/mm^2$	0.4	0.87	1.18	0.29	0.90	0.91	0.25	0.92	0.81
M-25 $\sigma_{cbc} = 8.5\ N/mm^2$	0.4	0.87	1.48	0.29	0.90	1.10	0.25	0.92	0.98
M-30 $\sigma_{cbc} = 10\ N/mm^2$	0.4	0.87	1.34	0.29	0.90	1.31	0.25	0.92	1.1

Formula :-

$$K = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_{st}}{m\sigma_{cbc}}} = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_{st}}{\frac{280}{3\sigma_{cbc}} \times \sigma_{cbc}}}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{3\sigma_{st}}{280}}$$

$$J = 1 - \frac{K}{3}$$

$$Q = \frac{1}{2} K \cdot J \cdot \sigma_{cbc}$$

* K और J का मान केवल Grade of steel पर निर्भर करता है।

संतुलित काट के लिए इस्पात की संतुलित मात्रा :-

$$MR_c = MR_T$$

$$F_c \times Z = F_t \times Z$$

$$F_c = F_t$$

$$\frac{1}{2} \cdot b \cdot x_c \cdot \sigma_{cbc} = \sigma_{st} \cdot A_{st}$$

$$\frac{1}{2} \cdot b \cdot k \cdot d \cdot \sigma_{cbc} = \sigma_{st} \cdot A_{st}$$

$$\frac{b \cdot d}{A_{st}} = \frac{2\sigma_{st}}{k \cdot \sigma_{cbc}}$$

$$\frac{A_{st}}{bd} = \frac{k \cdot \sigma_{cbc}}{2\sigma_{st}}$$

$$\frac{A_{st}}{b \cdot d} \times 100 = \frac{k \sigma_{cbc}}{2\sigma_{st}} \times 100$$

$$\boxed{p_t\% = \frac{50 k \sigma_{cbc}}{\sigma_{st}}}$$

Grade of concrete	Fe 250	Fe 415	Fe 500
M-20	1.0%	0.6%	0.54%
M-25	1.2%	0.74%	0.61%
M-30	1.42%	0.86%	0.72%

Types of Problem :-

(i) काट की b×D या b×d, Ast, grade of concrete तथा grade of steel दिया हो तो काट का प्रतिरोध आघूर्ण ज्ञात करना।

(ii) काट की b·D या b×d, Ast, grade of concrete, काट पर कार्य करने वाला नमन आघूर्ण दिया हो तो काट में इस्पात तथा कंक्रीट में उत्पन्न प्रतिबल का मान ज्ञात करना।

(iii) grade of concrete, grade of steel, धरन की लम्बाई, धरन पर कार्य करने वाला भार दिया गया हो तो केवल नमन के लिए धरन का अभिकल्पन करना।

धरन का नमन के लिए अभिकल्पन

Step-1 :⇒

दिये गये grade of concrete, grade of steel के लिए अभिकल्पन नियतांक का मान ज्ञात करें (K, J, Q)

Step-2 :-

Thumb rule की मदद से धरन की माप निर्धारित कीजिए।

$$b = \frac{d}{2 \text{ से } 3}$$

$$d = \frac{Span}{10} \quad (S.S.B)$$

$$d = \frac{Span}{5} \quad [\text{Cantilever beam}]$$

इस प्रकार काट b × D मान लिखिए -

धरन का स्वयं का भार/m = b × D × 1 × γ

Reinforcement Cement Concrete γ = R.C.C. का भार घनत्व

= 25 KN/m³

Plain Cement Concrete γ = P.C.C. का भार घनत्व

= 24 KN/m³

Pre Stressed Concrete γ = PSC का भार घनत्व

= 24 KN/m³

धरन का कार्य करने वाला कुल भार = w

w = स्वयं का भार + अध्यारोपित भार (L.L or S.I)

Step -3 :-

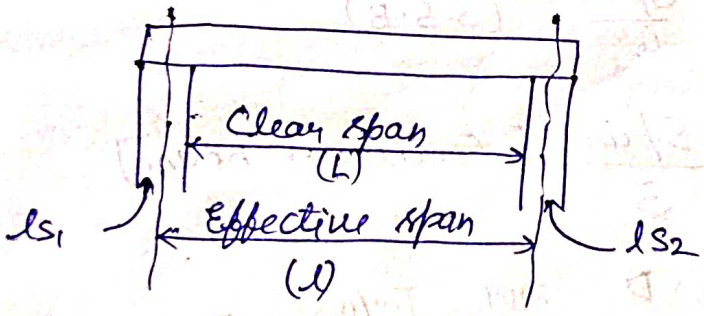
धरन की प्रभावी विस्तृति ज्ञात करना –

शुद्धालम्बित धरन के लिए :-

$$\text{Effective span} = \text{clear span} + \frac{l_{s1}}{2} + \frac{l_{s2}}{2}$$

$$l = L + d$$

[दोनों में जो कम हो]



यदि प्रश्न में शुद्ध विस्तृति दी हो तो support की चौड़ाई 300 mm मानते है और प्रभावी विस्तृति का मान शुद्ध विस्तृति में दोनो आलम्ब का आधा-आधा जोड़कर ज्ञात कर लेते है।

** प्रभावी विस्तृति तथा shear force के लिए शुद्ध विस्तृति का प्रयोग करें।

⇒ यह ध्यान रहे यदि प्रश्न में प्रभावी विस्तृति दिया हो तो उल्टा चल कर शुद्ध विस्तृति का मान ज्ञात न करें। Shear force और Bending moment दोनों के लिए ही प्रभावी विस्तृति का प्रयोग करें।-

Step - 4 :-

अधिकतम नमन आघूर्ण को ज्ञात करें, —

$$M = \frac{wl^2}{8} \rightarrow (S.S.B) \leftarrow V = \frac{WL}{2}$$

$$M = \frac{wl^2}{2} \rightarrow (\text{Cantilever}) \leftarrow V = WL$$

Step - 5 :-

$$MR = Q\,bd^2$$

$$d = \sqrt{\frac{M}{Qb}}$$

$$M = \sigma_{st} \cdot A_{st} \times \text{lever Arm}$$

$$= \sigma_{st} \cdot A_{st} \cdot Jd$$

$$A_{st} = \frac{M}{\sigma_{st} \cdot Jd}$$

Doubly Reinforced Beam

(दोहरी प्रबलित धरन)

यदि धरन में तनव क्षेत्र और सम्पीडन क्षेत्र दोनों में ही इस्पात का प्रयोग किया जाता है तो ऐसी धरन को दोहरी प्रबलित धरन कहते हैं। धरन को दोहरा प्रबलित बनाने की आवश्यकता निम्न परिस्थितियों में होती है –

① जब धरन में काट की माप प्रतिबन्धित हो –

② यदि Head Room के कारण धरन की गहराई बढ़ा पाना सम्भव न हो तो धरन को दोहरा प्रबलित करना पड़ता है।

③ धरन में भूकम्पीय बल तथा पवन दाब के कारण प्रतिबल का प्रत्यावर्ती (Reurtion) हो रहा हो तो

④ यदि धरन की पर Impact load या Rolling load (wheel load) कार्य कर रहा हो तो

~~⑤~~ यदि एक धरन की काट bxd हो और उस काट के लिए सन्तुलित इस्पात की मात्रा A_{st_1} हो तो इस काट द्वारा M_{bal} प्रतिरोधी आघूर्ण उत्पन्न किया जायगा।

$$M_{bal} = Qbd^2$$

$$M_{bal} = \sigma_{st} \cdot A_{st} \cdot J \cdot d$$

जब धरन काट bxd निश्चित हो यानि प्रतिबन्धित हो और उस काट पर कुल नमन आघूर्ण m ($M > M_{bal}$)

कार्य कर रहा है तो हमारे पास विकल्प क्या होगा।

अतिरिक्त आघूर्ण $M_1 = M - M_{bal}$ को Resist किये जाने के लिए तनन क्षेत्र में इस्पात A_{st_2} और सम्पीडन क्षेत्र में सम्पीडन इस्पात A_{sc} का प्रयोग किया जाएगा। यानि doubly Reinforced beam में b×d तथा A_{st_1} द्वारा M_{bal} प्रतिरोध घूर्ण उत्पन्न किया जाएगा और A_{sc} तथा A_{st_2} द्वारा M_1 प्रतिरोधी घूर्ण उत्पन्न किया जाएगा।

* Table 22 के अनुसार जब छड़ें धरन या slab में सम्पीडन क्षेत्र में प्रयोग की गई हो तो छड़ में उत्पन्न सम्पीडन प्रतिबल का मान $= 1.5 m \sigma_{cbc}$ या σ_{sc} या दोनों में से जो कम हो उसके बराबर हो।

जहाँ $$m = \frac{280}{3\sigma_{cbc}}$$

σ_{cbc} = सम्पीडन छड़ के चारों ओर उपस्थित कंक्रीट में उत्पन्न (Bending) सम्पीडन प्रतिबल

σ_{sc} = इस्पात में अनुज्ञेय सम्पीडन प्रतिबल

(s → steel, c → Compression)

Grade of steel:-

Fe 250 → 130 N/mm²

Fe 415 → 190 N/mm²

Fe 500 → 190 N/mm²

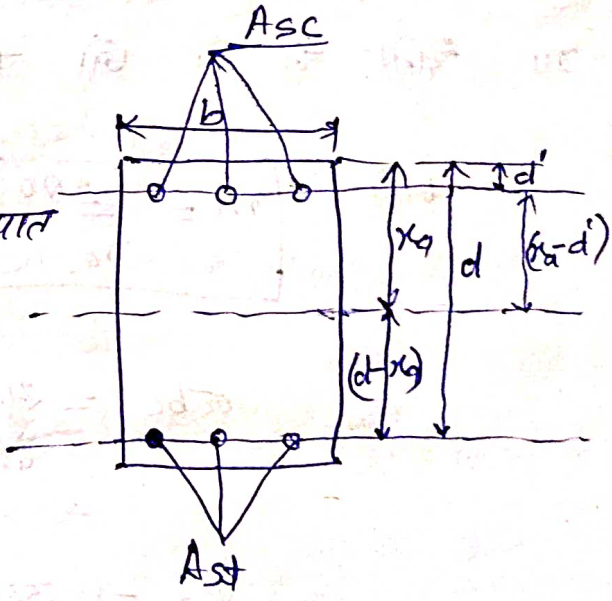
सम्पीडन क्षेत्रों के लिए 1.5 m से गुणा करते हैं कंक्रीट में होने वाले long term creep deflection के प्रभाव को Account for करने के लिए

$$P = A_{sc}\,\sigma_{sc} + A_c\,\sigma_{cbc}$$

$$P = A_{sc} \times 1.5m\,\sigma_{cbc} + A_c \times \sigma_{cbc}$$

$$\boxed{P = \sigma_{cbc}\,[1.5\,m\,A_{sc} + A_c]}$$

* दिये गये दोहरे ~~प्रतिबलित~~ प्रबलित काट के वास्तविक उदासीन अक्ष की गहराई :-



A_{st} = धरन में कुल तनन इस्पात

A_{sc} = धरन में कुल सम्पीडन इस्पात

d' = सम्पीडन इस्पात के लिए प्रभावी आवरण

मान कि काट के वास्तविक उदासीन अक्ष की गहराई x_a है।

उदासीन अक्ष के परित: कंक्रीट तथा समतुल्य इस्पात के क्षेत्रफल का आघूर्ण लेने पर -

$$b x_a \cdot \frac{x_a}{2} - A_{sc}(x_a - d') + 1.5\,m\,A_{sc}(x_a - d') = m\,A_{st}(d - x_a)$$

$$\boxed{\frac{b x_a^2}{2} + (1.5m - 1)\,A_{sc}(x_a - d') = m\,A_{st}(d - x_a)}$$

काट की Critical Neutral axis की गहराई -

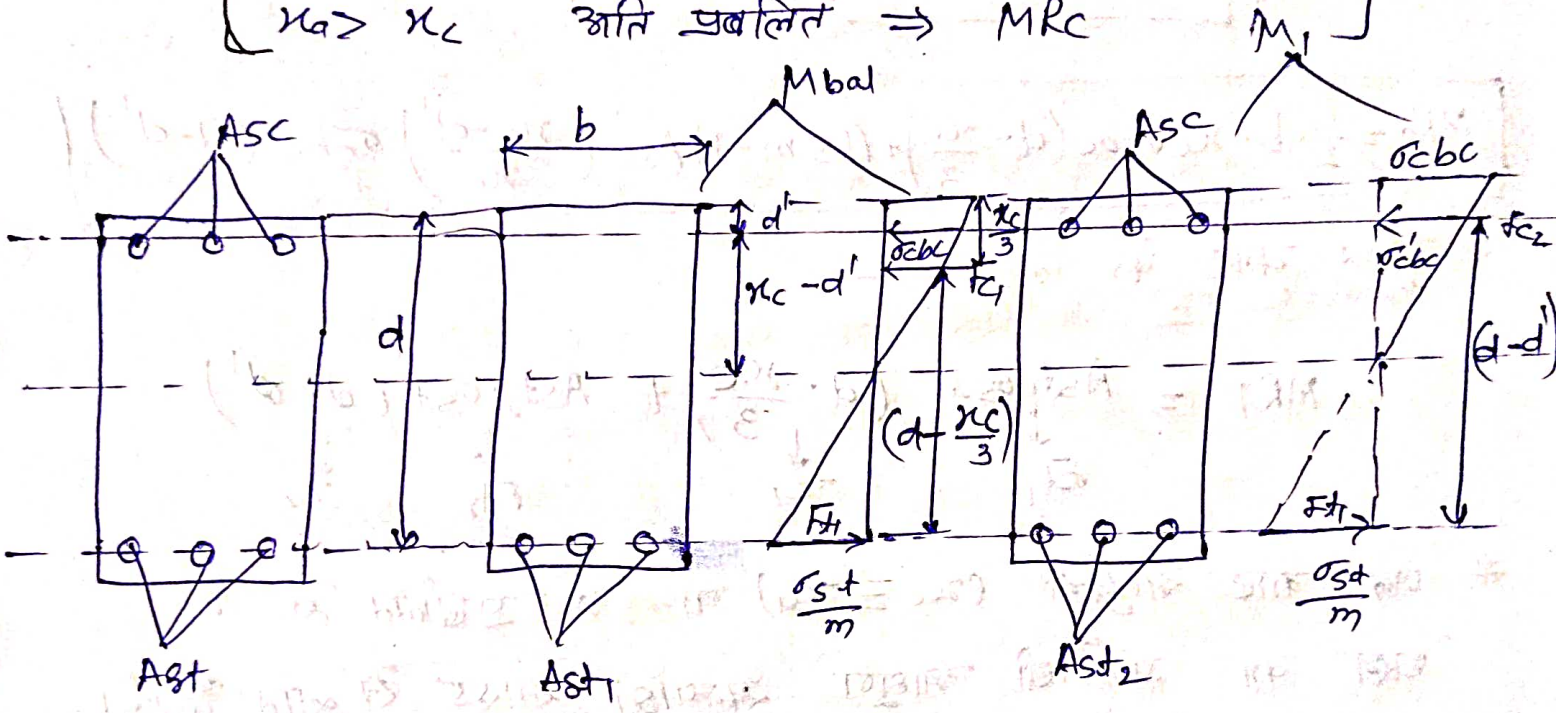
$$x_c = K \cdot d$$

यदि

$x_a = x_c$ संतुलित काट $\Rightarrow$ MR_c चाहे MR_T

$x_a < x_c$ अल्प प्रबलित $\Rightarrow$ MR_T

$x_a > x_c$ अति प्रबलित $\Rightarrow$ MR_c



M = total प्रतिरोध आघूर्ण

M_{bal} = $b \times d$ तथा Ast_1 का प्रतिरोध

M_1 = Ast तथा Ast_2 का प्रतिरोध आघूर्ण.

संतुलित काट के लिए :-

$$MR_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{b \cdot x_c \cdot \sigma_{cbc}}{(F_{c1})} \cdot \frac{(d - x_c/3)}{z_1} + \frac{(1.5m-1) A_{sc} \times \sigma_{cbc}}{(F_{c2})} \times \frac{(d-d')}{z_2}$$

$$MR_c = \frac{1}{2} b \cdot x_c \, \sigma_{cbc} \left(d - \frac{x_c}{3}\right) + (1.5m - 1) A_{sc} \left(\frac{x_c - d'}{x_c}\right) \sigma_{cbc} (d - d')$$

प्रतिबल आरेख से —

σ_{cbc}' = कम्प्रेशन में स्टील के Centre में प्रतिबल

$$\frac{\sigma_{cbc}}{x_c} = \frac{\sigma_{cbc}'}{(x_c - d')}$$

$$\boxed{\sigma_{cbc}' = \frac{x_c - d'}{x_c} \times \sigma_{cbc}}$$

$$\boxed{MR_c = \frac{1}{2} \cdot b \cdot x_c \, \sigma_{cbc} \left(d - \frac{x_c}{3}\right) + (1.5m - 1) A_{sc} \left(\frac{x_c - d'}{x_c}\right) \sigma_{cbc} (d - d')}$$

सन्तुलित काट के लिए —

$$MRT = A_{st_1} \sigma_{st} \left(d - \frac{x_c}{3}\right) + A_{st_2} \cdot \sigma_{st} (d - d')$$

$A_{st_1} \sigma_{st} \rightarrow F_{t_1}$, $\left(d - \frac{x_c}{3}\right) \rightarrow z_1$, $A_{st_2} \sigma_{st} \rightarrow F_{t_2}$, $(d - d') \rightarrow z_2$

जब काट संतुलित ($x_c = x_a$) या अति प्रबलित है तो धरन का प्रतिरोधी आघूर्ण सम्पीडन साइड से ज्ञात करेंगे।

(A) संतुलित काट —

$$\boxed{MR_c = \frac{1}{2} \times b \cdot x_c \, \sigma_{cbc} \left(d - \frac{x_c}{3}\right) + (1.5m - 1) A_{sc} \frac{x_c - d'}{x} \sigma_{cbc} (d - d')}$$

(B) अति प्रबलित —

$$\boxed{MR_c = \frac{1}{2} \cdot b \cdot x_a \, \sigma_{cbc} \left(d - \frac{x_a}{3}\right) + (1.5m - 1) A_{st} \frac{x_a - d'}{x_a} \sigma_{cbc} (d - d')}$$

जब काट अल्प प्रबलित हो ($x_a < x_c$) —

अल्प प्रबलित काट का तात्पर्य है कि steel में उत्पन्न वास्तविक प्रतिबल अपने अनुज्ञेय प्रतिबल के बराबर प्रतिबल पर कंक्रीट से पहले पहुँचेंगे यानि कंक्रीट में उत्पन्न वास्तविक प्रतिबल का मान उसके अनुज्ञेय प्रतिबल से कम है। और यही कंक्रीट के सम्बन्ध प्रतिबल ज्ञात करना है।

$$MR_T = \frac{1}{2} \cdot b \cdot x_a \cdot \sigma_{cbc_1}\left(d - \frac{x_a}{3}\right) + (1.5m - 1) A_{sc} \times \left(\frac{x_a - d'}{x_a}\right) \sigma_{cbc_1}(d - d')$$

$$\frac{\sigma_{cbc_1}}{x_a} = \frac{\sigma_{cbc_1}'}{x_a - d'}$$

$$\boxed{\sigma_{cbc}' = \frac{x_a - d'}{x_a} \sigma_{cbc_1}}$$

$$\boxed{MR_T = \frac{1}{2} \cdot b \cdot x_a \cdot \sigma_{cbc_1}\left(d - \frac{x_a}{3}\right) + (1.5m - 1) A_{sc} \left(\frac{x_a - d'}{x_a}\right) \sigma_{cbc_1}(d - d')}$$

$$MR_T = T \times Z$$

$$MR_T = \sigma_{st} \times A_{st} \times$$

Q एक धरन का प्रभावी विस्तृति 18 m है धरन का
का 500 X 1500 mm है सम्पीडन में 50 mm प्रभावी आवरण
पर 4 X 25 mm φ + 1 X 20 mm φ छड़ें प्रयोग की गई हैं।
तथा तनन में प्रत्येक परत में 7 छड़ें तीन परतों में
कुल 21 छड़ें 25 mm φ की 37.5 mm Clear Cover पर
प्रयोग की गई हैं। M-25 तथा Fe415 का प्रयोग
करते हुये ज्ञात कीजिए की धरन पर कितना सुरक्षित
समवितरित भार लगाया जा सकता है। (SSC-2013)

Solve:

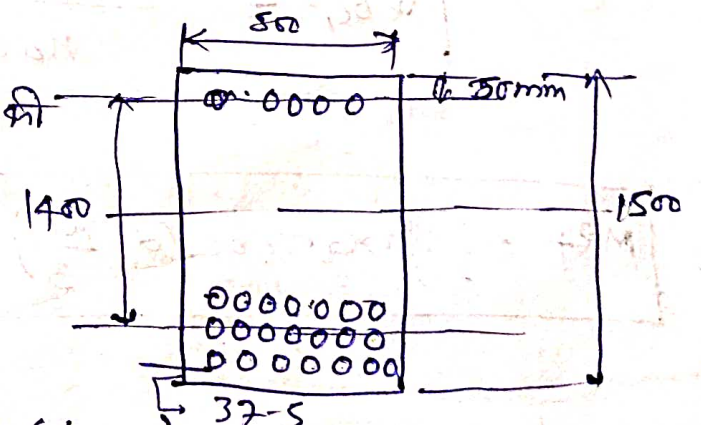
M-25 के लिए — $\sigma_{cbc} = 8.5\ N/mm^2$

Fe-415 के लिए — $\sigma_{st} = 230\ N/mm^2$

$\sigma_{sc} = 190\ N/mm^2$

$$m = \frac{280}{3\sigma_{cbc}} = \frac{280}{3 \times 8.5} = 10.98$$

$$\boxed{m = 11}$$



माना काट के वास्तविक अक्ष की गहराई x_a है उदासीन अक्ष के प्रति Concrete तथा समतुल्य इस्पात के क्षेत्र का आघूर्ण लेने पर —

$$\frac{b x_a^2}{2} + (1.5m - 1) A_{sc} (x_a - d') = m A_{st} (d - x_a)$$

$d = 1500 - 37.5 + 25 + 25 + 12.5$

$\boxed{d = 1400}$

$d = D - cc + \phi + cc' + \frac{\phi}{2}$

$A_{sc} = 4 \times \frac{\pi}{4}(25)^2 + 1 \times \frac{\pi}{4}(20)^2$

$A_{st} = 2277.65\ mm^2$

$A_{st} = 21 \times \frac{\pi}{4}(25)^2$

$A_{st} = 10308.35\ mm^2$

Putting the value —

$$\frac{500 x_a^2}{2} + (1.5 \times 11 - 1)\, 2277.65\,(x_a - 50) = 11 \times 10308.35\,(1400 - x_a)$$

$$250 x_a^2 + 35303 x_a - 1765170.75 = 15074590 - 113391.05 x_a$$

(35303.57 x_a)

$$x^2 + 635135.57 x_a - 6420055.07 = 0$$

$$x^2 + 594.78x - 6420055.07 = 0$$

$$\boxed{x = 557.3 \text{ mm}}$$

संतुलित काट के लिए —

$$x_c = K \cdot d$$

$$= 0.29 \times 1400$$

$$\boxed{x_c = 404.6 \text{ mm}}$$

$x_a > x_c$ → काट अति प्रबलित है।

$$MR_c = \frac{1}{2} \cdot b \cdot x_a \left(d - \frac{x_a}{3}\right) + (1.5m - 1) A_{sc} \left(\frac{x_a - d'}{x_a}\right) \sigma_{cbc} (d - d')$$

$$= \frac{1}{2} \times 500 \times 557.3 \times 0.5 \left(1400 - \frac{557}{3}\right) + (1.5 \times 11 - 1) \cdot 2277.65 \times \frac{557.3 - 50}{557.3} \times 0.5 (1400 - 50)$$

$= 143797 1003 + 368 657643.1$

$$\boxed{MR_c = 1806 \, KN\text{-}m}$$

$$BM = \frac{wl^2}{8}$$

$$MR = BM$$

$$\frac{wl^2}{8} = MR$$

$$\frac{w \times (18)^2}{8} = 1806$$

$\rho_{RCC} = 25 \, KN/m^3$

$$\boxed{w = 44.6 \, KN/m}$$

धरन का स्वांश का भार $= 0.5 \times 1.5 \times 1 \times 25$

$= 18.75 \, KN/m$

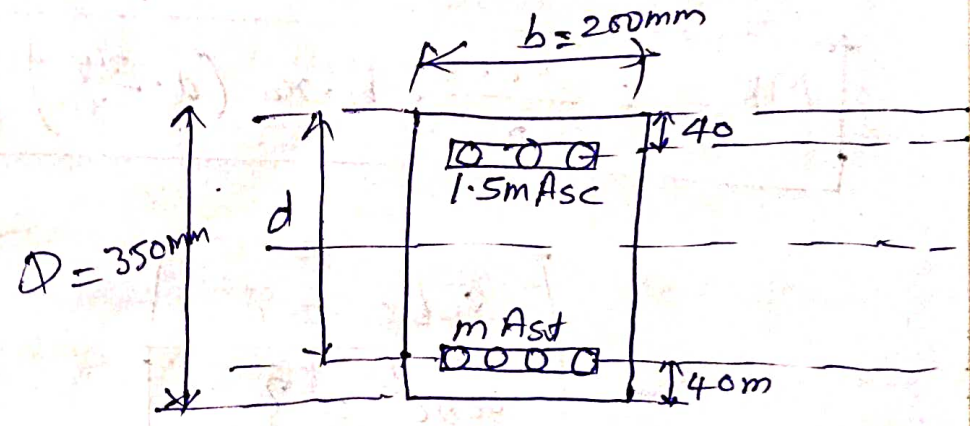
Safe U.D.L $= 44.6 - 18.25 = 25.85 \, KN/m$

Ans.

Q 2

एक आयताकार धरन जिसकी चौड़ाई 20 cm तथा 35 cm गहराई है, में 20 mm व्यास की चार छड़ें तनन में तथा 16 mm व्यास की तीन छड़ें सम्पीडन में लगाई गई हैं। इस्पात का केन्द्र दोनों किनारों से 4 cm की दूरी पर स्थित है। यदि धरन पर 35 KN/m का बंकन आघूर्ण लगाया गया हो तो बताइये कि धरन में कितने वास्तविक प्रतिबल पैदा होंगे m = 19 लें — B.T.E.UP — 2018 —

Given —



$b = 20cm = 200mm$

$D = 35cm = 350mm$

Tension → 20mm ϕ 4 bars

Compression → 16mm ϕ 3 bars

$Ast = \frac{\pi}{4} \times (20)^2 \times 4$

$Ast = 5026.55\ mm^2$

$d = 350 - 40$

$d = 310mm$

$d' = 40mm$

$Asc = \frac{\pi}{4} \times (16)^2 \times 3$

$Asc = 603.18mm^2$

$BM = 35\ KN.m$ (MR)

σ_{cbc}, σ_{st} & $\sigma_{cbc}' = ?$

$$\frac{b x_a^2}{2} + (1.5m - 1) A_{st} (x_a - d') = m A_{st} (d - x_a)$$

$x = ?$

$\sigma_{cbc}' = ? \sigma_{cbc}$

$MR = C_1 Z_1 + C_2 T_2$

$$MR = \frac{\sigma_{cbc}}{2} \cdot b \cdot x_a \left(d - \frac{2y}{3}\right) + \sigma_{cbc}' (1.5m - 1) A_{sc} (d - d')$$

$\sigma_{cbc} = ?$

$\sigma_{cbc}' = ?$

$$x_c = \frac{m \sigma_{cbc} \cdot d}{m \sigma_{cbc} + \sigma_{st}}$$

$[x_a = x_c]$

For balance section

$\sigma_{st} = ?$

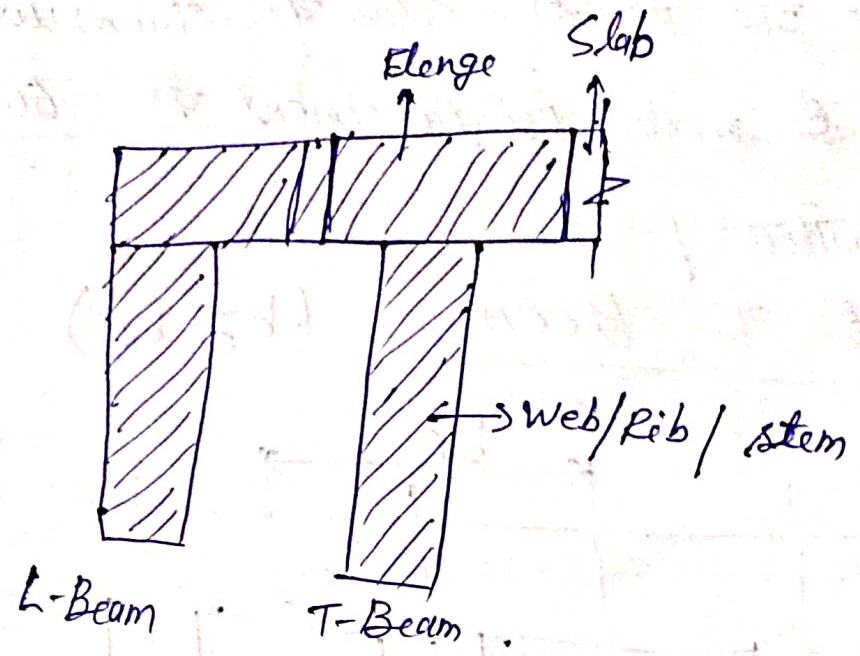
$MR_T = T \times Z$

$MR = \sigma_{st} A_{st} (d - \bar{y})$

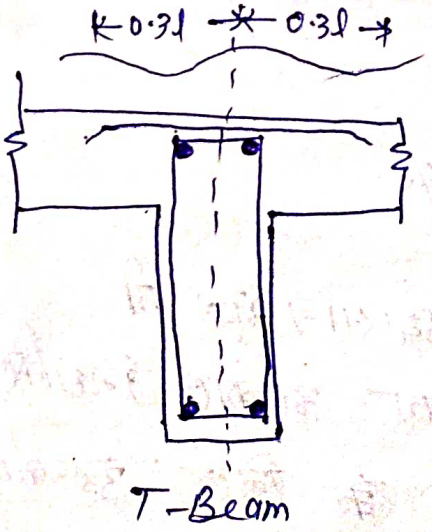
$$\bar{y} = \frac{C_1 \frac{x}{3} + C_2 d'}{C_1 + C_2}$$

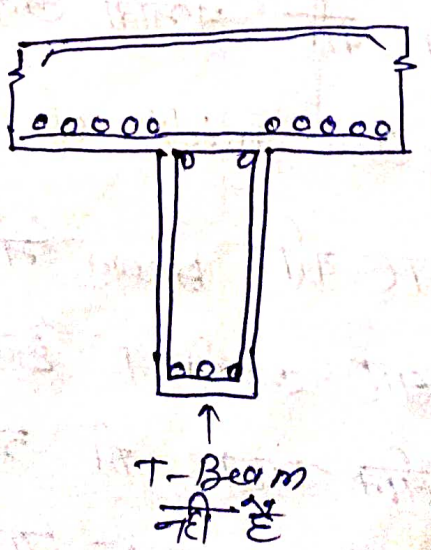
$\sigma_{st} = ?$

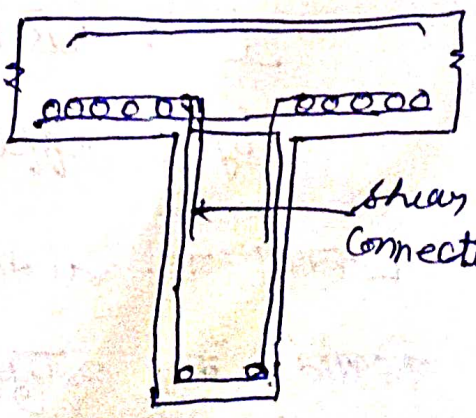
T- Beam.



यदि slab और Beam monolythic बनाई गई हो अथवा slab और Beam किसी दूसरी विधि द्वारा Bonded साथ-साथ (Together) हो ~~यानि~~ slab Beam का Integual cast हो (अभिन्न अंग हो) तथा Slab धरन के सम्पीडन जोन में उपलब्ध हो तो इसे प्रकार को T-section Beam कहते हैं।

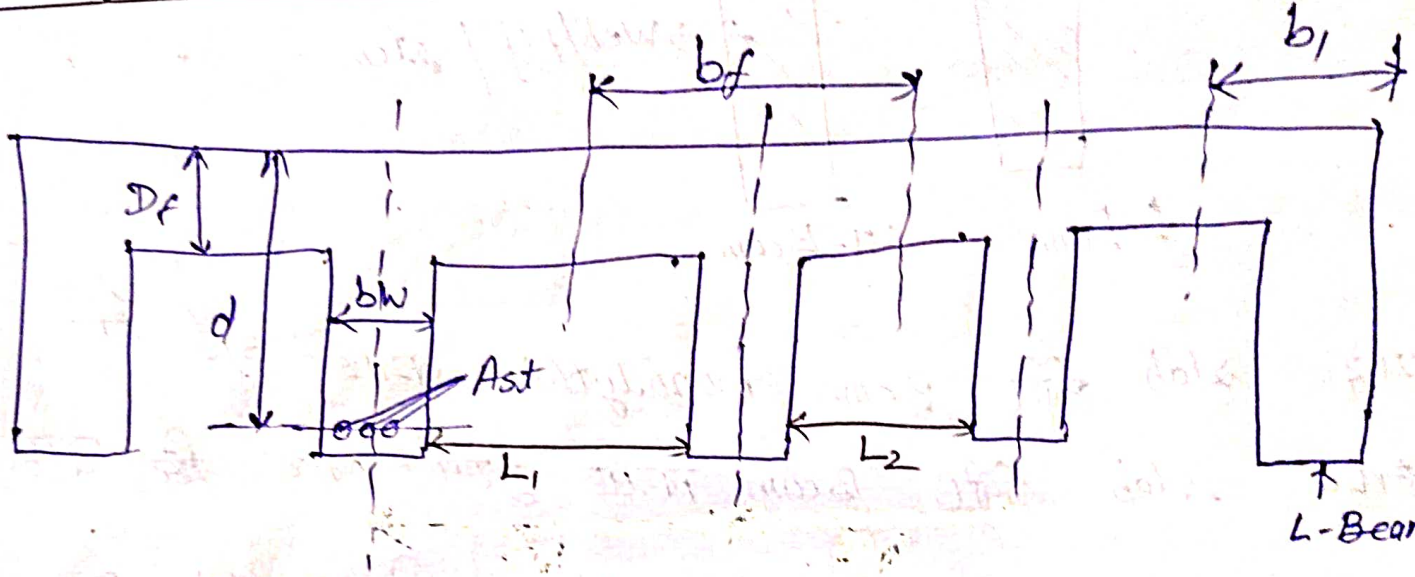






जब slab का main Reinforcement धारन के लम्बाई की समानान्तर डाली गई हो तो slab की Transverse Reinforcement & main Reinforcement की 60°/. से कम होना चाहिए।

Analysis of T- Beam ($b \geq b_f$)



d = depth of Rib or web

b_f = actual width of flange ($b_w + \frac{L_1}{2} + \frac{L_2}{2} = b$)

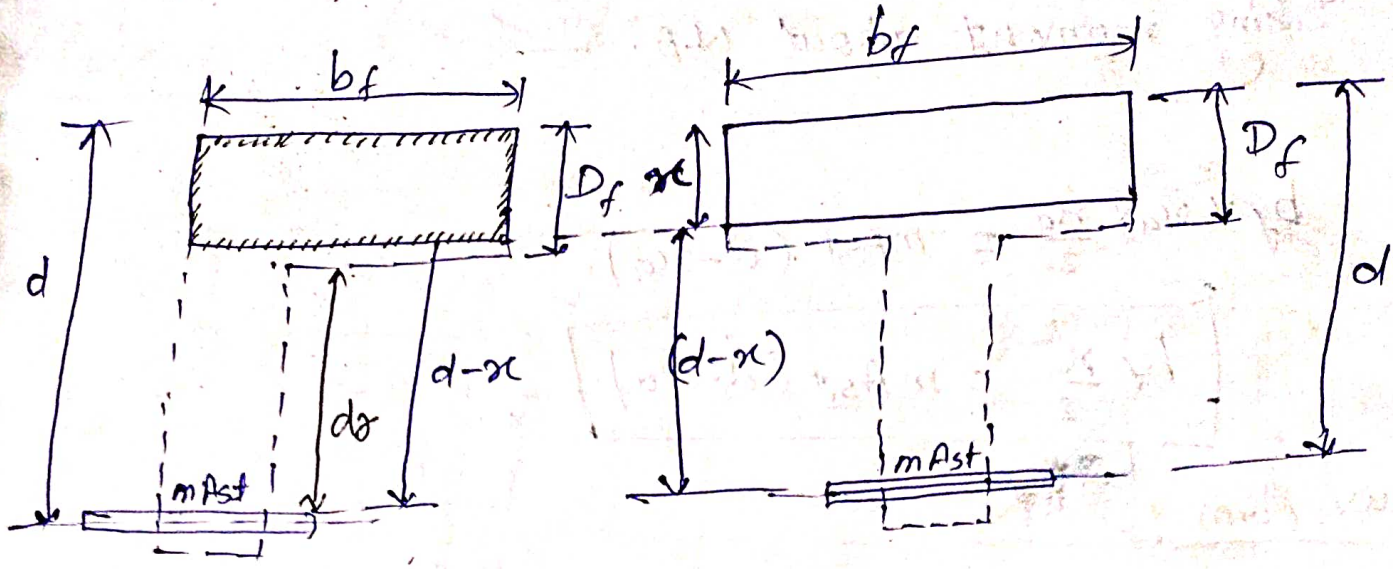
b_w = width of web या width of Rib

D_f = depth of flange (flange की मोटाई)

l = धारन की प्रभावी लम्बाई

b_f = effective width of flange.

L-तथा T.-आकार की Beam में उदासीन अक्ष की स्थिति के अनुसार सम्पीड्न क्षेत्र का आकार निर्धारित होता है अतः उदासीन अक्ष की गणना के लिए उसकी सम्भावित स्थिति को मानना पड़ता है।

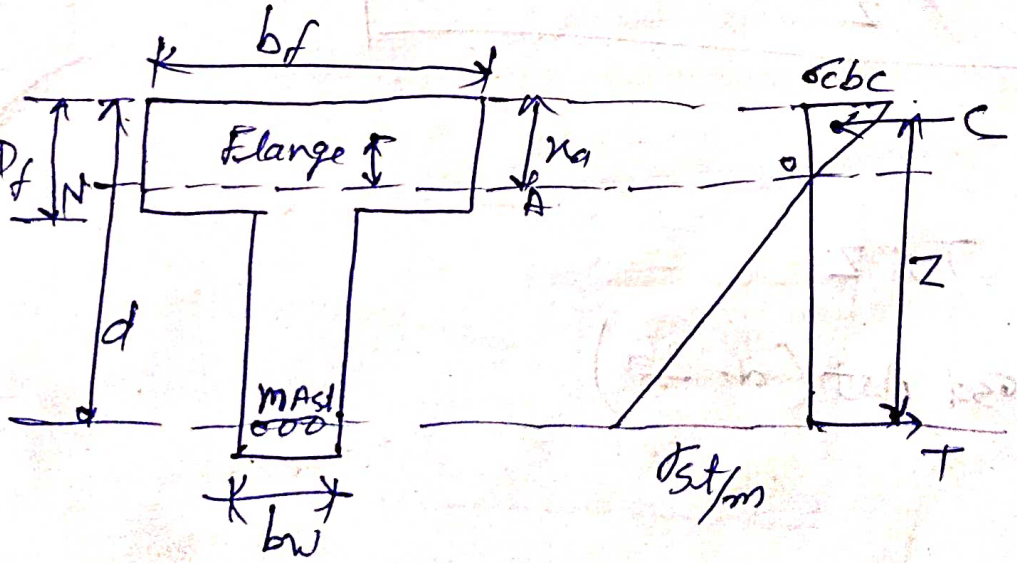


1 Depth of C.NA :-

$$x_c = \frac{m\sigma_{cbc}}{m\sigma_{cbc}+\sigma_{st}} \times d$$

2 Depth of ANA.

Case-I :- जब NA Flange में स्थित हो ($x_a < D_f$)



Taking moment about N.A. —

$$b_f \times x_a \times \frac{x_a}{2} = m A_{st} (d - x_a)$$

$$\boxed{b_f \frac{x_a^2}{2} = m A_{st} (d - x_a)}$$

Lever Arm :—

$$\boxed{Z = d - \frac{x_a}{3}}$$

Moment of Resistance —

In Compression—

$$\boxed{MR = C \times Z}$$

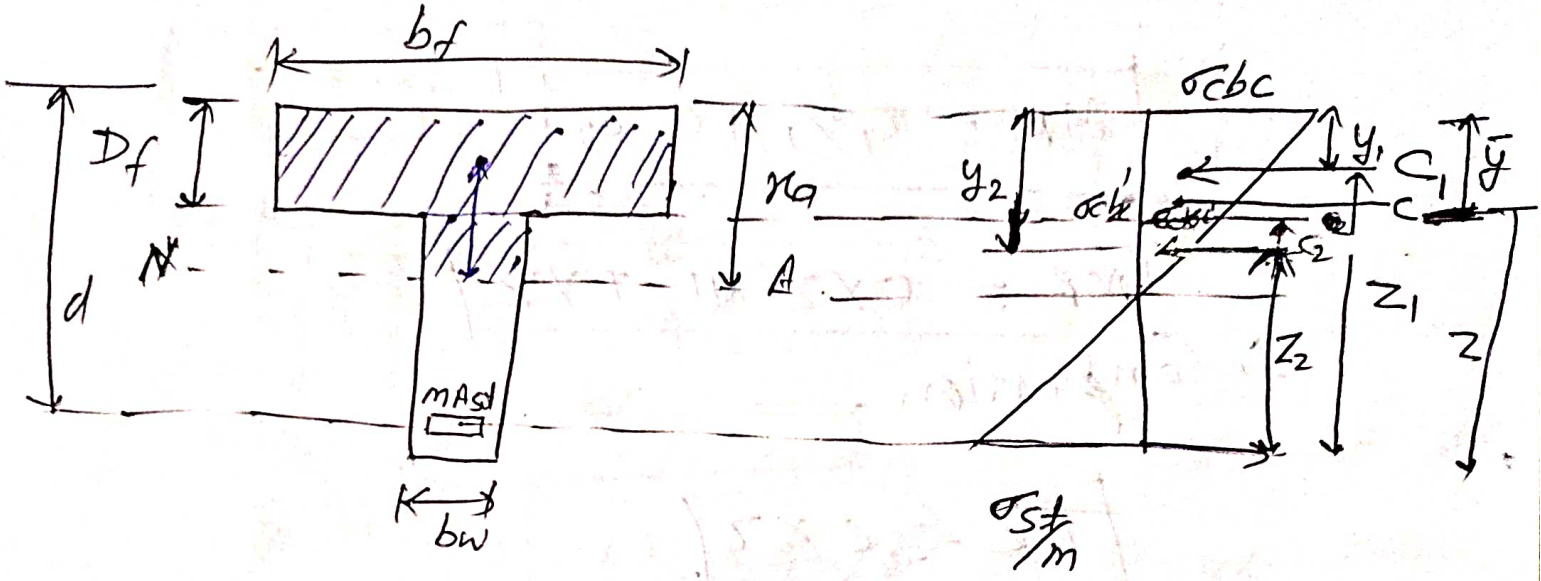
$$\boxed{MR = \frac{\sigma_{cbc}}{2} b_f \cdot x_a \left(d - \frac{x_a}{3}\right)}$$

In Tension —

$$MR = T \times Z$$

$$MR = \sigma_{st} A_{st} \left(d - \frac{x_a}{3}\right)$$

Case-II :- ($x_a > D_f$) जब N.A. Web में स्थित हो —



Moment about N.A. ~~Compression~~ —

$$b_f \cdot D_f \left(x_a - \frac{D_f}{2}\right) + b_w (x_a - D_f) \cdot \left(\frac{x_a - D_f}{2}\right) = m A_{st} (d - x_a)$$

Lever Arm :-

$$z_1 = d - y_1$$

$$z_2 = d - y_2$$

$$z = d - \bar{y}$$

$$y_1 = \frac{2\sigma_{cbc}' + \sigma_{cbc}}{\sigma_{cbc}' + \sigma_{cbc}} \times \frac{D_f}{3}$$

$$y_2 = D_f + \left(\frac{x_a - D_f}{3}\right)$$

Moment of Resistance —

$$MR = C_1 Z_1 + C_2 Z_2$$

$$MR = CXZ \text{ or } TXZ$$

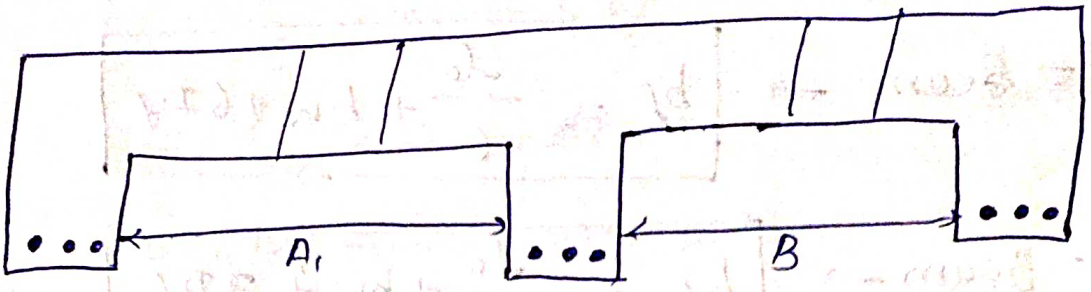
In Compression —

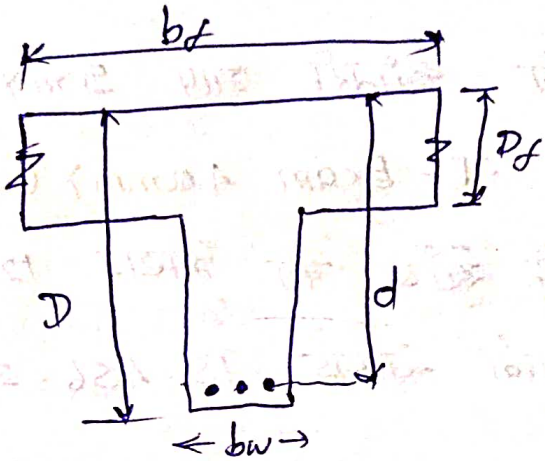
$$MR = CXZ$$

In Tension —

$$MR = TXZ$$

$$MR = \sigma_{st} \times A_{st} \left(d - \frac{x_u}{3} \right)$$





$b \geq b_f$

b = Actual breath of flenge -

$= b_w + A/2 + B/2$

↓

Maximum value of effective breadth of flenge.

Determining Effective breadth of flenge -

(simply supported)

$l_o = l$

Isolated Beam

→ T-Beam — $b_f = \dfrac{l_o}{l_o/b + 4} + b_w$

→ L - Beam — $b_f = \dfrac{0.5\, l_o}{l_o/b + 4} + b_w$

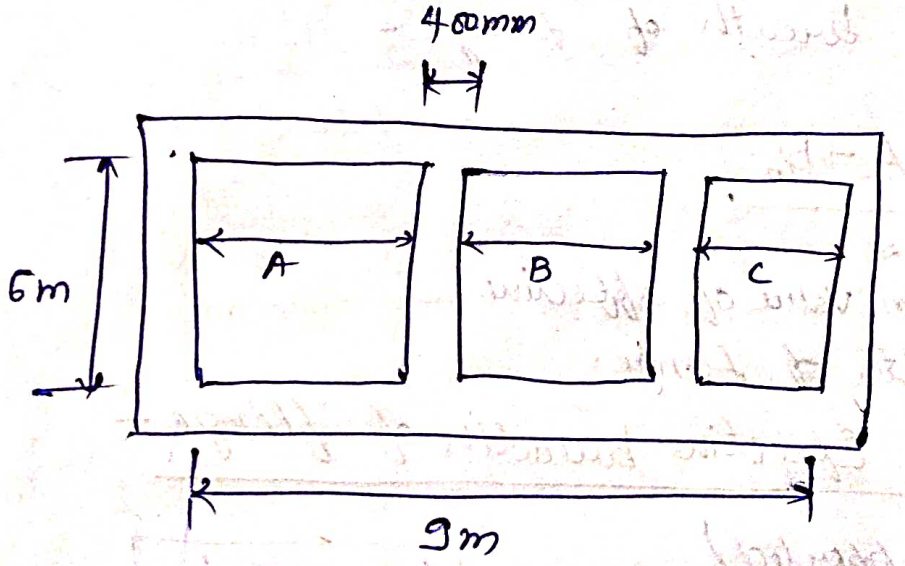
l_o = Distance between the points of zero moment
↓
Points of contra flexure

→ Continuous Beam – $l_0 = 0.7l$

T-Beam → $b_f = \frac{l_0}{6} + b_w + 6D_f$

L-Beam → $b_f = \frac{l_0}{12} + b_w + 3D_f$

Q. एक कमरे की भीतरी माप 9m × 6m प्रभावी है। इसकी छत में दो T-Beam 400mm × 600mm के डले गये हैं यदि स्लैब की मोटाई 120mm हो तो फ्लैंज की प्रभावी चौडाई IS-456-2000 के अनुसार बताइये।



$A = B = C = \frac{9000 - 2 \times 400}{3} \Rightarrow 2733.33\,mm$

$l_0 = l_{eff} = 6\,m = 6000\,mm$

$D_f = 120\,mm$

Effective width —

$$b_f = \frac{l_o}{6_1} + b_w + 6D_f$$

$$= \frac{6000}{6} + 400 + 6 \times 125$$

$$= 2120 \text{ mm} \Rightarrow 2.12 \text{ m}$$ ✓

But It should be less than or equal to Actual width

$$b = b_w + \frac{A}{2} + \frac{B}{2}$$

$$b = 400 + \frac{1}{2}[2733 + 2733]$$

$$\boxed{b = 2133}$$ ✓✓

Take less → $\boxed{b \geq b_f}$ —